

O niektórych aspektach platońskiej filozofii matematyki

Bogdan Dembiński

Instytut Filozofii, Uniwersytet Śląski

On some aspects of mathematical platonism

Abstract

Modern philosophers of mathematics in their discussions tend to refer to mathematical platonism. Usually they believe that they talk about philosophical thought of Plato himself and understanding of mathematics that was introduced by the ancient philosopher. Unfortunately, contemporary mathematical platonism has very little in common with original platonism. In this paper I would like to clarify this issue and present Plato's philosophy of mathematics.

Keywords

philosophy of mathematics, mathematical platonism, history of philosophy, Plato

Współcześni filozofowie matematyki często skłonni są odwoływać się w dyskusjach do matematycznego platoizmu¹. Zazwyczaj są przekonani, że bezpośrednio lub pośrednio przywołują myśl samego Platona i jego rozumienie matematyki. Niestety, najczęściej mamy do czynienia z pojmowaniem platoizmu matematycznego, które z propozycją samego Platona niewiele ma wspólnego. Chciałbym kwestię tę wyjaśnić i przedstawić stanowisko, jakie w filozofii matematyki zajmował Platon.

Trzy sprawy wydają się istotne. Pierwsza, dotyczy platońskiej teorii dwu światów. Druga, sposobu budowania struktury matematycznej. Trzecia, ontologii matematyki.

Popularne przekonanie skłania do twierdzenia, że w przypadku filozofii matematyki Platona mamy do czynienia z dwoma oddzielnymi od siebie światami, światem zjawisk (cienie) oraz światem idei. Wyprowadzany jest z takiego założenia wniosek, który głosi, że świat matematyki należy do platońskiego świata idei, zaś poza nim istnieje jedynie czasoprzestrzenna, zjawiskowa rzeczywistość. Przyjmuje się, że świat idei jest wieczny i niezmienny, zjawiska zaś są zmienne i czasowe. W takim świecie przedmioty matematyki uzyskują status idealnego bytu i są w swoim istnieniu niezależne od podmiotu i przynależą do świata idei. Człowiek może jedynie odkrywać ów autonomiczny świat matematyki.

¹ Zob. J.R. Brown, *Philosophy of Mathematics. A contemporary introduction to the world of proofs and pictures*, Routledge, New York – London 2008 (II ed).

To popularne przekonanie nie jest, niestety, zgodne ani z filozofią Platona, ani z jego rozumieniem matematyki. Utrwaliło się ono jednak w dziejach interpretacji filozofii platońskiej i przeniosło na grunt filozofii matematyki². Przyczyna tkwi w uproszczonej wizji samego platonizmu, która przyjmuje istnienie jedynie dwu poziomów rzeczywistości, za które uznaje się idee oraz zjawiska. Przedmioty matematyki sytuowane są zaś po stronie idei.

Tymczasem Platon analizując sposoby istnienia przedmiotów matematyki uznał, że matematyka i przedmioty matematyczne nie są związane ani ze światem idei, ani ze zjawiskami³. Twierdził, że zajmują one pozycję pośrednią i nie przynależą do żadnego z nich. Są natomiast tworem rozumu. Stanowisko to wymaga szczegółowego wyjaśnienia, ma ono bowiem decydujący wpływ na rozumienie filozofii matematyki Platona.

Platon stara się wyjaśnić tę kwestię przede wszystkim w VI i VII księdze *Państwa* oraz *Liście VII*.

Oryginalnym punktem wyjścia czyni przekonanie, które głosi, że pierwszy stopień poznania matematycznego wyłania

² Zob. R. Murawski, *Filozofia matematyki. Zarys dziejów*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza, Poznań 2012, s. 20–22.

³ Platon, *List VII. Państwo*, 509d–511e. Zob. B. Dembiński, *Późna nauka Platona*, Wydawnictwo UŚ, Katowice 2003, s. 53–80. Arystoteles wielokrotnie potwierdza przekonanie Platona, że przedmioty matematyczne zajmują pozycję pośrednią między zjawiskami a ideami. W późnej nauce Platon przyjmuje istnienie matematycznych idei, te jednak nie stanowią matematycznych przedmiotów, lecz są ich bytowym, ostatecznym uzasadnieniem, które wykraczają poza samą matematykę. Tamże.

się z obserwacji natury i jej zjawiskowej postaci. Powstają wtedy zmysłowe wyobrażenia, które dostarczają wyłącznie obrazów zjawisk (*eikasia*). Widzimy, powiada Platon, odbicia rzeczywistości, które rodzą się w naszych zmysłach. Są one niedoskonałe i często złudne. Na kolejnym etapie próbujemy wyobrażenia te uwiarygodnić (*pistis*). Próbujemy potwierdzić dane zmysłowego poznania, badając i obserwując określone stany rzeczy z możliwie wielu perspektyw. Istotnym elementem tego badania jest umiejętność odczytywania wzorców, obecnych w zjawiskach. Wskazują one na regularności i porządek w układach tych struktur. Platon ma tu na myśli wzorce ruchu, wzorce proporcji układu części, wzorce harmonii, wzorce struktur zjawiskowych, czy też (w odniesieniu do działań człowieka) wzorce etyczne i estetyczne. W kontekście platońskiej filozofii matematyki najistotniejszą rolę pełnią wzorce ruchu ciał niebieskich, ufundowane na przysługującej człowiekowi zdolności do widzenia. Platon zdolność tę uznaje za najwyższy dar bogów. Powiada: „A teraz powiedzieć trzeba o ich (oczu B.D.) czynności, z której pożytek jest największy i dlatego je nam bóg dał. Wzrok, według mego zdania, jest dla nas przyczyną największego pożytku. Bo z obecnych myśli o wszechświecie żadna nie byłaby nigdy wypowiedziana, gdybyśmy ani gwiazd, ani słońca, ani nieba nie widzieli. A tymczasem oglądanie dnia i nocy, miesiące i obiegi roczne wytwarzają liczbę i pojęcie czasu, i od nich pochodzą badania nad naturą wszechświata”⁴.

⁴ Platon, *Timajos*, 47ab.

Obserwacja wzorców obecnych w naturze: rytmów, motywów, harmonii, symetrii czy proporcji, kieruje uwagę podmiotu na możliwość uchwycenia istoty zjawisk, które są przedmiotem badania. Pojawia się wtedy „podejrzanie prawdziwości”, które określa Platon mianem „prawdziwego mniemania” (*alethes doksa*). Jest ono podstawą formułowania naukowych hipotez. Hipotezy, aby potwierdzić swoją wartość, muszą zostać poddane działaniu wyższej władzy poznawczej. Jest nią rozsądek (*dianoia*), którego funkcja polega na badaniu powiązań i relacji, jakie zachodzą między elementami wzorców w obrębie danej struktury. Zdolność ta związana jest z umiejętnością logicznego rozumowania oraz analizą związków przyczynowych, które Platon nazywa „przyczynowym splataniem”⁵.

Rozsądek jest władzą podmiotu, która w rozumieniu platońskiej filozofii matematyki odgrywa rolę zasadniczą. Posiada on bowiem zdolność do tworzenia intelektualnych modeli zmysłowo danych stanów rzeczy oraz wzorców dostrzeganych w naturze. Umożliwia to ich rekonstrukcję na poziomie świadomości. Model powstaje w oparciu o analizę zmysłowo danych stanów rzeczy i wzorców oraz badanie związków, które zachodzą między jego elementami. Tworzenie modelu opiera się na umiejętności abstrahowania i jest wytworem czynności stwierdzających stałe występowanie pewnego zespołu cech w pewnej klasie przedmiotów⁶. Takim modelem jest, zdaniem Platona,

⁵ Platon, *Menon*, 97e–98a.

⁶ Zob. P. Hadot, *Filozofia jako ćwiczenie duchowe*, tłum. P. Domański, IFiF PAN, Warszawa 1992, s. 184.

przedmiot matematyczny. Przysługują mu różne nazwy, może być on w określony sposób definiowany i posiadać różne zmysłowe reprezentacje (modele fizyczne). Całość tych działań stanowi podstawę budowania matematycznej teorii⁷.

Przedmiot matematyczny jest wytworem intelektualnej aktywności podmiotu. Można rozważać wewnętrzną strukturę modelu, można też analizować powiązania modelu z innymi modelami, badać, które z nich są możliwe, które konieczne, a które całkowicie wykluczone. Platon jest skłonny twierdzić, że systemy powiązań w obrębie modelu mogą wyjaśnić istotę jego elementów, ponieważ to, czym są elementy i jaka jest ich natura, zależy od całego systemu relacji z innymi elementami⁸. Dzisiaj powiedzielibyśmy, że Platon reprezentuje stanowisko strukturalistyczne. Zdołała to wykazać w swojej pracy V. Hartle⁹.

Analiza modeli i ich struktury jest przedmiotem pracy matematyków.

Jednak matematyk, a tym bardziej filozof matematyki, nie może uniknąć pytania o prawomocność przedmiotów matematyki. Pojawia się bowiem pytanie: Co sprawia, że przedmioty matematyki, będąc tworem człowieka, nie są tworem dowolnymi?

⁷ Platon, *List VII*.

⁸ Zob. B. Dembiński, *Structuralism in the Platonic Philosophy of Science*, [w:] *Between Philosophy and Science*, (red.) M. Heller, B. Brożek, Ł. Kurek, Copernicus Center Press, Kraków 2013.

⁹ V. Hartle, *Plato on Parts and Wholes. The Metaphysics of Structure*, Clarendon Press, Oxford 2002.

Platon, poszukując uzasadnienia matematyki, odwołuje się do sfery idei, miar konstrukcyjnych świata. Chodzi o to, aby wyjaśnić, skąd matematyka czerpie swoje uzasadnienie. Nie może być nim wyłącznie obszar zjawisk, jako że te, zdaniem Platona, domagają się same miar, które decydują o ich uporządkowaniu. Miary te istnieją jednak inaczej niż zjawiska. Miary organizacji zjawisk są niezmiennie i nie podlegają procesowi powstawania i giniecia. Nie są też zależne od stanowienia podmiotu. W stosunku do miar możemy powiedzieć tylko, że są, i że są zawsze takie, jakie są. Dlatego zgodnie z twierdzeniem Parmenidesa z Elei i tradycją grecką, należy definiować je, jako byty, gdyż bytem jest to, co jest, i co nie podlega zmianie. Miary platońskie stanowią istotę struktury i procesów, którym podlegają zjawiska. Mogą więc przyjmować postać proporcji, harmonii, bądź praw, które określają stany zjawiskowe. Miary, jak wspomniałem, istnieją inaczej niż ich realizacje. Celem filozofii i nauki jest dotarcie do miar organizacji danego rodzaju porządku, niezależnie od tego, czy będzie to porządek kosmiczny, etyczny czy estetyczny. Dotyczy to również porządku matematycznego. Przedmioty matematyki, będące rezultatem podmiotowego opisu porządku kosmicznego, mają i muszą mieć swoje obiektywne (poza podmiotowe) uzasadnienie. Platon znajduje je w istnieniu miar matematycznych, idei matematycznych. Te jednak są radykalnie różne od przedmiotów matematycznych. Przede wszystkim mają status bytu, a więc są składową obiektywnego kosmicznego porządku, który nie jest zależny od stanowienia jakiegokolwiek podmiotu. To matematyka jest zależna

od kosmicznego porządku i praw, oraz zasad, które nimi zawiadują. W tym sensie porządek ten można by nazwać „matematycznością świata”. Odpowiadałaby ona własności świata, która byłaby podstawą możliwości opisywania go w języku matematyki. Ale sama ta własność nie jest matematyką, jest porządkiem określonym przez zasady i prawa kosmicznego porządku. Dlatego „matematyczność świata” związana być musi z ideami, zaś matematyka z podmiotowym sposobem ich opisywania. Nie można, jak słusznie twierdzi Arystoteles, operować na ideach, można co najwyżej badać związki, jakie między ideami zachodzą. To jednak jest przedmiotem nie metody matematycznej, lecz dialektycznej. O ideach rozważać można dialektycznie, zaś matematycznie operować możemy wyłącznie na przedmiotach matematycznych. To istota różnicy, jaka zachodzi między światem idei i matematycznych przedmiotów. Podobnie ma się rzecz ze zjawiskami. Miary organizacji zjawisk same nie są zjawiskami, lecz warunkami ich istnienia. Dlatego nie mogą być od zjawisk zależne i ze zjawisk wyprowadzone. Mają one inny status. Ale możemy opisywać zjawiska za pomocą języka matematyki, tworząc modele struktur zjawiskowych i odkrywając miary, które zawiadują organizacją ich porządku. Możemy analizować wzorce manifestujące się w zjawiskach, badać ich istotę i strukturę. Ale i tutaj matematyka nie może tworzyć struktur zjawiskowych i działać, jak Bóg Leibniza, który licząc stwarza. Możemy jedynie analizować strukturę zjawisk, czyniąc taką analizę podstawą rozumienia. To wyłączna domena matematyki. Zatem rola matematyki jest rolą pośredniczącego

narzędzia opisu świata, a nie odrębnym od zjawisk i idei samodzielnym światem, czy światem, który byłby tożsamy z ideami. Powiada Platon: „Nieprawdaż – powiedziałem – tym tam malowidłem na niebie można się posługiwać, jako przykładem przy nauce o tamtych rzeczach zupełnie tak, jakby ktoś natrafił na wykresy wykonane osobiście i pracownice ręką jakiegoś Dedala albo innego majstra czy tam malarza. Człowiek znający się na geometrii, zobaczywszy takie rzeczy, uważałby, że to robota bardzo piękna, ale śmiesznie byłoby patrzeć na nie poważnie, jako na prawdę i chcieć ją w nich uchwycić, jeżeli chodzi o równość, o podwójność lub o inną jakąś współmierność”¹⁰. Myląca dla zwolenników matematycznego platonizmu jest nieświadomość różnicy, jaka zachodzi między ideami matematycznymi a przedmiotami matematyki. Platon wyjaśnia tę sytuację między innymi w *Liście VII*.

Proponuje Platon, aby rozważyć przedmiot matematyczny, koło. Jest ono określoną strukturą, której możemy przypisać pewną nazwę. Mogłaby ona ulec zmianie, gdyż – jak przekonuje – „żadna, twierdzimy [nazwa – B.D.], nie przysługuje żadnemu [przedmiotowi – B.D.] na mocy jakiejś pewnie ugruntowanej zasady i nie ma w tym nic niemożliwego, aby to, co teraz nazywamy okrągłym, nazwać prostym, a to, co prostym, okrągłym, i aby dla tych, którzy nazwy te przestawią i będą je stosować odwrotnie, nie miały one mniejszej pewności w użyciu”¹¹.

¹⁰ Platon, *Państwo*, 529de, tłum. W. Witwicki.

¹¹ Platon, *List VII*, 343ab, tłum. M. Maykowska.

Dalej próbujemy wydobyć to, co istotne dla każdej z postrzeganych struktur. Dążymy do zgromadzenia w miarę precyzyjnych określeń, które mogłyby stanowić podstawę właściwej definicji. Następnie budujemy taką definicję, twierdząc, że jest nim „to, czego wszystkie punkty skrajne jednakowo są oddalone od środka”¹². Śledząc dzieje matematyki, należy mieć świadomość, jak trudne może być zadanie podania właściwej definicji. Najczęściej – twierdzi Platon – formułuje się definicję niedoskonałą, opierając się na określonych wypowiedziach zdaniowych, które „jeżeli składają się z imion, czyli rzeczowników i czasowników dostatecznie pewnej pewności nie posiadają bynajmniej”¹³. W dalszym postępowaniu możemy podjąć próbę zbudowania modelu, czy też schematu ogólnego tego, co definiowane. Możemy też przedstawić rysunki albo przestrzenne jego reprezentacje. Matematyczny schemat ogólny czy model przybiera postać przedmiotu matematycznego. Analiza jego struktury i relacji z innymi strukturami (przedmiotami matematycznymi) zostaje rozwinięta w teorię przedmiotu, obejmującą sobą wszystkie wcześniejsze etapy analizy. Wiedza ta jest najwyższym stopniem poznania, do którego dojść może poznający podmiot dzięki swoim możliwościom poznawczym, tj. zmysłowym spostrzeżeniom, zdolności do abstrahowania i analizie logicznej. Platon wyraża jednak mocne przekonanie, że niezależnie od stopnia precyzji, właściwej czterem

¹² Tamże.

¹³ Tamże.

wspomnianym poziomom poznania, należy mieć świadomość „jak niejasne jest każde z owych czterech ujawnień”¹⁴, jak wiele w nich dowolności i niepewności, w jak wysokim stopniu są one uzależnione od poznającego podmiotu i jego poznawczych ograniczeń na każdym etapie badania. Tymczasem poznanie matematyczne nie powinno takich niejasności ani niepewności dopuszczać. Ma być poznaniem, które znamionuje konieczność, powszechność i prawdziwość. Musi, zatem istnieć – zdaniem Platona – jakaś podstawa obowiązywalności twierdzeń matematycznych, umożliwiającą spełnienie tych warunków.

Jest nim, jak powiada Platon „koło, jako takie” (*auto ho kyklos*) uzasadniające istnienie wszystkich czterech dotychczasowych ujawnień. Nazwać je trzeba prawdziwym bytem (*alethes on*) i istotą (*to de ti*). Owo „koło samo” jest bytem, który sytuuje Platon ponad czterema ujawnieniami, nazywając je „tym piątym” (*tu pemptu*), któremu najbliższe jest, umysłowe ujęcie (czwarte ujawnienie). Koło to istnieje jednak inaczej niż to, które jest intelektualnym modelem, czy też, które rysujemy, bądź tym, które sporządza tokarz. Wszystkie one różnią się od „koła samego”, jak powiada Platon: „[...] przeciwne jest zgoła ‘piątemu’ – we wszystkich punktach swych, bowiem styka się z prostą, podczas gdy ‘koło, jako takie’, stwierdzamy, nie zawiera w sobie w ogóle, ani w mniejszej ani w większej mierze, czegoś, co mu z natury jest przeciwne”¹⁵. „Koło samo” jawi się

¹⁴ Tamże.

¹⁵ Tamże, 343a.

jako najwyższa, jedyna i niezmienna miara wszelkiej kolistości, jest zatem warunkiem możliwości istnienia wcześniejszych ujawnień. Ponieważ istnieją koła w naturze, muszą one posiadać swoją pozapodmiotową miarę określoności. Jej sposób istnienia jest różny od jej manifestacji, tak jak prawo fizyczne różne jest w sposobie istnienia od jego realizacji fizycznej.

Na tak rozumianej mierze kolistości nie można prowadzić żadnych matematycznych operacji. Istnieje ona obecna w kosmicznym porządku i warunkuje istnienie wszelkiej kolistości. Warunkuje też istnienie przedmiotu matematycznego, jakim jest matematyczny model koła. W tym sensie decyduje też o konieczności, powszechności i prawdziwości przedmiotów matematycznych. Stanowi w ten sposób rodzaj ostatecznego uzasadnienia przedmiotów matematyki. Ale nie jest z nimi tożsama.

Idei miar określoności przedmiotów matematycznych jest wiele. Platon wyróżnia liczby idealne i idealne figury geometryczne. Nie są one przedmiotami matematyki, lecz ich ontycznymi warunkami¹⁶. Idei takich jest wiele. Wielość ta domaga

¹⁶ Sama jednak monada nie jest traktowana jako liczba, lecz jest rozumiana jako zasada liczby, gdyż z monady powstaje każda liczba. Każda zatem liczba stanowi określoną wielość monad. Czym jest jednak w istocie owa wielość będąca liczbą? Jest ona tym, co precyzyjnie daje się wyrazić, jako określony stosunek monad. Ale, co najistotniejsze, sam stosunek nie jest liczbą, liczba stanowi dopiero jego postać. Przykładowo liczba dwa stanowi postać stosunku 2:1. W tym sensie każdą liczbę matematyczną (naturalną) wyznacza ogólna proporcja, warunkująca jej bycie i określoność. Owa wspólna proporcja stanowi miarę liczby, wyznaczającą jej niezmienną i trwałą postać. Miara ta pozwala „widzieć”, czym dana liczba matematyczna w istocie jest,

się uzasadnienia. Platon decyduje się skorzystać z intuicji Pitagorejczyków i wprowadza najwyższe zasady bytowe, których funkcją jest generowanie wielości idei oraz określanie ich tożsamości i różnicowania w stosunku do innych idei. Są nimi dwie najwyższe zasady: Jedno i Nieokreślona Dyada¹⁷. Jedno jest zasadą tożsamości, Dyada zasadą wielości i różnicowania. Ich wzajemne oddziaływanie generuje wielość idei, przy czym każda idea uzyskuje w wyniku działania zasad określoność, granicę (*peras*) oraz różnicowanie w stosunku do innych idei. Idee te stają się z kolei miarami określoności wszelkich struktur zjawiskowych, wyznaczając i określając strukturę porządku kosmicznego. Ponieważ ostatecznym źródłem określoności jest zasada Jedna, to Jedno staje się dla Platona zasadą najwyższą, którą utożsamia on z najwyższym Dobrem, gdyż podstawa i przyczyna kosmicznego porządku musi być uznana za przyczynę najwyższą i ostateczną. Z tego powodu zrozumiałym

i rozstrzygać w każdym przypadku, czy mamy do czynienia z liczbą matematyczną dwa, czy też nie. Platon zasadnie określi ją mianem idei, pragnąc zaś odróżnić ją od innych idei i liczb matematycznych nazwie liczbą idealną. Liczby te stanowią swoiste całości i nie można na nich prowadzić operacji matematycznych, są one bowiem niedodawalne, tożsame z sobą, niezmiennie i niezależne od podmiotowego stanowienia. Uchwytując miarę liczby matematycznej dwa, tzn. liczbę idealną dwa, uchwytujemy istotę każdej matematycznej dwójki. Używając języka opisowego, można powiedzieć, że liczba idealna określa cechy strukturalne każdej liczby matematycznej. Zob. B. Dembiński, *Późny Platon i Stara Akademia*, Marek Derewiecki, Kęty 2010, s. 36–37.

¹⁷ Zob. B. Dembiński, *Późna nauka Platona*, dz. cyt.

jest również przyznanie jej miana zasady boskiej. Myśl Platona kulminuje w uznaniu boskiej zasady Jedna-Dobra¹⁸.

W prezentowanych rozważaniach istotnym wydaje się konieczność odpowiedzi na jedno jeszcze ważne pytanie: Skąd bierze się, przyjmowana powszechnie, teza matematycznego platonizmu głosząca, że matematyka jest nauką o bytach idealnych, a przedmioty matematyki są tożsame ze światem platońskich idei?

Należy zauważyć, że źródłem tego przekonania nie jest Platon, lecz jego następca Speuzyp¹⁹. To Speuzyp zdecydował, że miejsce platońskich idei powinny zająć przedmioty matematyczne. Przypisał im wszystkie atrybuty idei: oddzielne istnienie, wieczność, niezmienność i niezależność od podmiotu. Uznał, że niepotrzebne jest podwajanie światów i przyjmowanie istnienia czegoś poza samą matematyką. Usytuował w ten sposób matematykę na szczycie świata. Matematyka zajęła miejsce platońskiego świata idei. Arystoteles uznał ten pomysł za najgorszy. Pewnie dlatego, że uważał, iż Speuzyp chce zastą-

¹⁸ „Arystoteles zwykł opowiadać, że większość spośród tych, którzy słuchali wykładu Platona *O Dobru*, odniosła takie oto wrażenie. Sądziła, że mówić on będzie o uznanych dobrach ludzkich, takich jak bogactwo, zdrowie czy siła, bądź o powszechnie podziwianym szczęściu. Lecz kiedy okazało się, że zaczął on mówić o matematyce i liczbach, geometrii i astronomii, w końcu o tym, że Dobro jest tożsame z Jednym, byli zaskoczeni tak paradoksalnym przedstawieniem sprawy. Część nie pojmowała tego, inni w ogóle ganili [takie ujęcie – B.D.]”; Aristoksenos, *Harm. elem.* II, 30-I, tłum. własne (Testim. Plat. 7).

¹⁹ Zob. B. Dembiński, *Późny Platon...*, dz. cyt., s. 109–139.

pić w ten sposób filozoficzne poznanie świata a nawet samo jego istnienie – matematyką. Filozofom Akademii Arystoteles czynił zarzut, że całą filozofię próbują przekształcić w matematykę²⁰. Kiedy zatem dzisiaj wielu filozofujących matematyków twierdzi, że istnieje samodzielny świat matematycznych przedmiotów, i że jest to świat platoński, popełniają błąd. Nie jest to propozycja Platona, lecz propozycja Speuzypa. Stanowisko to wzmocnił jeszcze Ksenokrates, kolejny scholarcha Akademii, który zdecydował zastąpić ontologię matematyką, twierdząc, że matematyka jest jedyną możliwą do przyjęcia ontologią, ponieważ świat jest w istocie utworzony i ukonstytuowany według matematycznych wzorców i struktur²¹.

Warto w tym kontekście zwrócić również uwagę na myśl Arystotelesa. Rozwijał on zazwyczaj intuicje Platona, co sprawia, że chcąc zrozumieć Platona, należy pilnie wsłuchiwać się w propozycje Arystotelesa. Jest tak również w przypadku filozofii matematyki.

Arystoteles uznał, podobnie jak Platon, że przedmioty matematyki są wyłącznie tworam podmiotu, powstałymi dzięki zdolności do abstrahowania. Jednak, jego zdaniem, zdolność ta nie jest wyłącznie przyczyną tworzenia modeli, lecz przede wszystkim pozwala wydobyć z realnie istniejących substancji, stanów rzeczy, obecny w nich czynnik ilościowy. Kategoria ilości, obecna w realnie istniejącej substancji, jest z niej „wydo-

²⁰ Arystotele, *Metafizyka*, 992a.

²¹ Zob. B. Dembiński, *Późny Platon...*, s. 139–171.

bywana” mocą abstrakcji. Dlatego przedmiot matematyczny ma swoje ufundowanie i ostateczne uzasadnienie w rzeczach (substancjach realnie istniejących), jako ich konieczna składowa ilościowa. Ponieważ przedmiot matematyczny jest skutkiem procesu abstrahowania, zachowuje cechy, które muszą mu przysługiwać: powszechność, prawdziwość i konieczność. Tak rozumiana filozofia matematyki stała się podstawą oryginalnej dyskusji i ważnego sporu filozoficznego o naturę obiektów matematycznych. Postać i istotę tego sporu przedstawił Arystoteles w księgach M i N swojej *Metafizyki*²².

Przedstawione wyjaśnienia pozwalają zrozumieć, dlaczego przedmioty matematyki nie mogą być utożsamiane z platońskimi ideami, a twierdzenie o ich tożsamości nie ma nic wspólnego z filozofią Platona. Jest natomiast skutkiem działalności jego następców. Kiedy zatem rozpatrujemy poglądy takich filozofów i matematyków, jak K. Gödel, G. Frege, R. Penrose, G. Ellis, M. Heller czy J. Życiński²³, powinniśmy pamiętać, że nie odnoszą się one tylko do filozofii Platona, lecz, przede wszystkim, do specyficznego i szeroko rozumianego platonizmu, właściwego poglądom przedstawicieli Starej Akademii.

²² Arystoteles, *Metafizyka*, tłum. T. Żeleźnik, tekst polski oprac. M.A. Krąpiec oraz A. Maryniarczyk, Redakcja Wydawnictw KUL, Lublin 1996.

²³ Zob. K. Wojtowicz, *Spór o istnienie w matematyce*, Semper, Warszawa 2003; J. Życiński, *Świat matematyki i jej materialnych cieni*, Copernicus Center Press, Kraków 2013; M. Heller, *Filozofia i wszechświat*, TAIWPNU, Kraków 2006.

Bibliografia

- Arystoteles, *Metafizyka*, tłum. T. Żeleźnik, tekst polski oprac. M.A. Krapiec oraz A. Maryniarczyk, Redakcja Wydawnictw KUL, Lublin 1996.
- Brown J.R., *Philosophy of Mathematics. A contemporary introduction to the world of proofs and pictures*, Routledge, New York – London 2008 (II ed).
- Dembiński B., *Późna nauka Platona*, Wydawnictwo UŚ, Katowice 2003.
- Dembiński B., *Późny Platon i Stara Akademia*, Marek Derewiecki, Kęty 2010.
- Dembiński B., *Structuralism in the Platonic Philosophy of Science*, [w:] *Between Philosophy and Science*, (red.) M. Heller, B. Brożek, Ł. Kurek, Copernicus Center Press, Kraków 2013.
- Hadot P., *Filozofia jako ćwiczenie duchowe*, tłum. P. Domański, IFiF PAN, Warszawa 1992.
- Hartle V., *Plato on Parts and Wholes. The Metaphysics of Structure*, Clarendon Press, Oxford 2002.
- Heller M., *Filozofia i wszechświat*, TAIWPNU, Kraków 2006.
- Murawski R., *Filozofia matematyki. Zarys dziejów*, Wydawnictwo Naukowe Uniwersytetu im. Adama Mickiewicza, Poznań 2012, s. 20–22.
- Platon, *List VII*, tłum. M. Maykowska.
- Platon, *Menon*.
- Platon, *Państwo*, tłum. W. Witwicki.
- Platon, *Timajos*.
- Wojtowicz K., *Spór o istnienie w matematyce*, Semper, Warszawa 2003.
- Życiński J., *Świat matematyki i jej materialnych cieni*, Copernicus Center Press, Kraków 2013.