Czy możemy wykazać istnienie zjawisk całkowicie przypadkowych?

Marek Kuś
Międzynarodowe Centrum Ontologii Formalnej,
Wydział Administracji i Nauk Społecznych Politechniki Warszawskiej;
Centrum Fizyki Teoretycznej PAN

Can we prove existence of completely random events?

Abstract

I show how classical and quantum physics approach the problem of randomness and probability. Contrary to popular opinions, neither we can prove that classical mechanics is a deterministic theory, nor that quantum mechanics is a nondeterministic one. In other words it is not possible to show that randomness in classical mechanics has a purely epistemic character and that of quantum mechanics an ontic one. Nevertheless, recent developments of quantum theory and increasing experimental possibilities to check its predictions call for returning to the problem of comparing possibilities given by classical and quantum physics to accommodate and prove the existence of a 'genuine randomness'. Recent results concerning 'amplification of randomness' show that, in certain sense, quantum physics is in fact 'more random' that classical and outperforms it in producing a 'truly random process'.

Zagadnienia Filozoficzne w Nauce, nr 65 (2018), ss. 111–143

Keywords

randomness, ontic and epistemic randomness, randomness in classical and quantum physics, amplification of randomness.

1. Przypadkowość epistemiczna i ontyczna

Problem natury przypadkowości obecny jest w filozofii europejskiej od czasów przedsokratejskich. Dwa przeciwstawne stanowiska wczesnych atomistów: „epistemiczne" Leukipposa i Demokryta oraz „ontyczne" Epikura wyznaczały i nadal wyznaczają problematykę dyskursu. „Nic nie dzieje się bez przyczyny, lecz wszystko pod naciskiem konieczności" (Diels, 1906, s. 350; Freeman, 1948, s. 140, fr. 2), „Wszystko dzieje się wskutek konieczności" (Diogenes Laertius, 2008, 1982, s. IX, 45), „Ludzie z przypadku uczynili bożka, dla usprawiedliwienia swej własnej bezradności (głupoty)" (Diels, 1906, s. 407; Freeman, 1948, s. 158, fr. 119) – we współczesnym sformułowaniu stwierdzenia te mówią, że jedynym sposobem, w jaki przypadkowe zachowania wymagają opisu probabilistycznego jest brak dostatecznej wiedzy. Zwykle taka niewiedza dotyczy warunków początkowych lub szczegółów przebiegu zjawiska, przypadkowość ma tu charakter epistemiczny – nie jesteśmy w stanie poznać do końca natury procesu, z uwagi na nasze ograniczenia poznawcze. Sto lat później Epikur starał się nadać przypadkowości fundamentalny, ontyczny charakter. Deterministyczny ruch atomów miałby być przerywany, bez przyczyny, przez gwałtowne odchylenia od „naturalnej", deterministycznej trajektorii. Cyceron, w *De natura deorum*, opisał epikurejskie podejście tak oto: „Epikur – zdając sobie sprawę, że gdyby atomy spadały z góry na dół pod wpływem swej własnej ciężkości, to ponieważ ruch ich byłby dokładnie oznaczony i konieczny, nic nie zostawałoby w naszej mocy – wynalazł sposób uniknięcia tej konieczności, na który nie wpadł był jeszcze Demokryt. Powiada mianowicie, że atom, gdy pod wpływem swej ciężkości i wagi spada w prostym kierunku z góry na dół, zbacza nieco ze swojej drogi" (Cicero, 1933, s. I, XXV)[1]. Tak więc przypadkowość miałaby być wewnętrzną, immanentną przypadłością otaczającego nas świata, niezależną od naszych zdolności i mocy poznawczych.

Rozstrzygnięcie filozoficznego problemu statusu przypadkowości (losowości) miałoby, wbrew pozorom, niebagatelne znaczenie praktyczne. Losowość jest podstawowym „zasobem" w różnych zastosowaniach technicznych. Tak więc, na przykład, dowody niemożliwości pokonania pewnych systemów kryptograficznych oparte są na założeniu, że jesteśmy zdolni do tworzenia idealnie losowych, nieskorelowanych sekwencji cyfr. Często w praktyce takie łańcuchy są generowane przez wyspecjalizowane programy komputerowe. Otrzymane ciągi nie są tak naprawdę losowe, są bowiem uzyskiwane przez uruchomienie całkowicie deterministycznego programu komputerowego. Ich „losowość" jest potwierdzona przez przeprowadzenie tzw. „testów losowości" sprawdzających stopień, w jakim przypominają one procesy rzeczywiście przypadkowe (Knuth, 1969). Niezawod-

[1] „Velut Epicurus, cum videret, si atomi ferrentur in locum inferiorem suopte pondere, nihil fore in nostra potestate, quod esset earum motus certus et necessarius, invenit, quo modo necessitatem effugeret, quod videlicet Democritum fugerat: ait atomum, cum pondere et gravitate directo deorsus feratur, declinare paululum".
Warto dodać, że Cyceron uważa pomysł Epikura za niedobry. W dalszej części cytowanego powyżej tekstu stwierdza: „Ale tego rodzaju obrona przynosi większy wstyd niż niemożność obrony własnego zdania" („Hoc dicere turpius est quam illud, quod vult, non posse defendere"), a w *De finibus bonorum et malorum*: „[. . .] w fizyce [. . .], gdy próbuje coś poprawić wydaje się tylko psuć" („[. . .] in physicis [. . .] quae corrigere vult, mihi quidem depravare videatur") (Cicero, 1873, przekład polski: Cicero, 1961).

ność generatorów liczb losowych zależy głównie od mocy zastosowanych algorytmów, niemniej jednak może być zdegradowana przez awarie urządzeń, czy też ataki przeciwników dysponujących większą mocą obliczeniową. Byłoby zatem pożądane zaprojektowanie generatora liczb losowych wykorzystującego całkowicie nieprzewidywalny (przypadkowy) proces fizyczny i niewymagającego dodatkowego założenia dotyczącego wewnętrznej struktury używanego urządzenia. Innymi słowy, zadaniem jest znalezienie procesu losowego, którego przypadkowość ma charakter wewnętrzny, ontyczny, a nie będąca wynikiem tego, że nie mamy dość informacji na temat jego przebiegu, lub szczegółów algorytmu (w szerokim sensie tego pojęcia, tzn. algorytmu komputerowego, czy też „fizycznego") użytego do jego generacji. Jeśli taki proces nie istnieje, tzn. w naturze nie ma „prawdziwej przypadkowości" to, teoretycznie, luki w naszej (lub naszych przeciwników) wiedzy mogą być w zasadzie zamknięte przez bardziej szczegółowe pomiary lub zwiększenie mocy obliczeniowej.

Ogólnie rzecz biorąc, pokazanie, że świat jest (nie)detrministyczny, wydaje się być zadaniem beznadziejnym. Trudno nawet wyobrazić sobie, jak zaatakować taki problem. Jednak powszechne jest przekonanie, że pewne teorie fizyczne opisują świat w sposób deterministyczny (mechanika klasyczna), a inne (mechanika kwantowa) w sposób niedeterministyczny. W tym drugim wypadku zmuszeni jesteśmy do rozumowań w terminach rozkładów prawdopodobieństwa, wartości średnich, fluktuacji i dyspersji. Dotyczy to nie tylko mechaniki kwantowej, ale także klasycznej fizyki statystycznej, będącej podstawą termodynamiki. Fakt, że używamy w opisie zjawisk koncepcji probabilistycznych nie przesądza jednak, że w przyrodzie istotnie istnieje przypadkowość (tzn., że obserwowana przypadkowość ma charakter ontyczny), gdyż może się okazać, że jest ona tylko przejawem naszej niemożliwości dokładnego poznania „parametrów ukrytych". Na czym więc polega fundamentalna, jak się wydaje, różnica między mechaniką klasyczną i kwantową w ich traktowaniu przypadku i prawdopodobieństwa i na ile trafne jest więc stwierdzenie, że przypadkowość ma inny charakter w obu tych teoriach? Rozważmy więc dwa problemy: czy mechanika klasyczna jest rzeczywiście deterministyczna i czy mechanika kwantowa jest rzeczywiście niedeterministyczna. Jeśli nawet nie będziemy w stanie udzielić ostatecznych odpowiedzi na te pytania, to warto krytycznie rozważyć wszystkie argumenty i zobaczyć, czy różnice między mechaniką klasyczną i kwantową w podejściu do przypadkowości mogą mieć konsekwencje nie tylko filozoficzne, ale i praktyczne (np. we wspomnianych problemach kryptograficznych).

2. Czy mechanika klasyczna jest deterministyczna?

Powszechnie uważa się (a przynajmniej, powiedziałbym, że jest to pogląd ortodoksyjny wśród fizyków), że mechanika klasyczna jest teorią deterministyczną, w której przypadkowość ma charakter epistemiczny, tzn. przyjmuje się (czasami milcząco), że pozornie losowy proces jest w rzeczywistości całkowicie określony i można przewidzieć jego przebieg czasowy z pożądaną dokładnością, gdy tylko poprawimy nasze urządzenia pomiarowe i zwiększymy moc obliczeniową naszych komputerów[2]. Ponieważ nie jest to łatwe, mu-

[2] Laplace jest autorem tego oto, prawdopodobnie najlepiej znanego i najczęściej w tym kontekście cytowanego opisu pełnego determinizmu: „Intelekt, który w danej chwili czasu znałby wszystkie siły poruszające przyrodę oraz położenia wszystkich ciał, które się na nią składają i był wystarczająco niezmierzony, aby objąć analizą te wszystkie dane, byłby w stanie ująć w jednej formule ruchy, zarówno największych ciał we wszechświecie, jak i najmniejszych atomów; dla takiego intelektu nic nie

simy uciekać się do opisu statystycznego, np. za pomocą rozkładów prawdopodobieństwa, wartości średnich, fluktuacji. Znakomitym przykładem teorii fizycznej opartej na takich zasadach jest fizyka statystyczna, gdzie mierzalne wielkości takie jak ciśnienie lub temperatura są określane przez średnie wartości mikroskopowych „zmiennych ukrytych" – w tym wypadku położeń i pędów cząstek gazu. Te ukryte zmienne są jednak całkowicie określone w każdej chwili czasu i ewoluują zgodnie z prawami mechaniki klasycznej. Zasadniczo, pomijając względy praktyczne, można zmierzyć ich wartości z dowolną dokładnością i zastosować prawa mikroskopowe w celu uzyskania kompletnej wiedzy o układzie i jego przyszłych losach. Jednak to właśnie owe „względy praktyczne" powodują, że proces jawi się jako przypadkowy. W tym wypadku, przyczyną jest duża liczba zmiennych ukrytych, których wartości musielibyśmy znać. Co więcej, „względy praktyczne" mogą nabrać charakteru fundamentalnego. Jeśli bowiem do bezbłędnych przewidywań przebiegu będziemy potrzebowali dokładnej znajomości początkowych położeń i pędów wszystkich cząstek we wszechświecie, to powstaje problem zapisania całej tej informacji, niezbędnego dla jej dalszego wykorzystania i przetwarzania. Jasne jest więc, że potrzebujemy drugiego wszechświata, w którym mogłaby ona być zapisana. Jeśli drugi wszechświat byłby izolowany od pierwszego, to zapisana w nim informacja stałaby się bezużyteczna, jeśli oba wszechświaty w jakiś sposób ze sobą oddziałują, to stajemy tylko przed problemem, naj-

byłoby nieprzewidywalne, zarówno przyszłość, jak i przeszłość stałyby przed jego oczami" („Une intelligence qui, pour un instant donné, connaîtrait toutes les forces dont la nature est animée, et la situation respective des êtres qui la composent, si d'ailleurs elle était assez vaste pour soumettre ces données à l'analyse, embrasserait dans la même formule les mouvemens des plus grands corps de l'univers et ceux du plus léger atome: rien ne serait incertain pour elle, et l'avenir comme le passé, serait présent à ses yeux") (Laplace, 1814, s. 4).

prawdopodobniej trudniejszym niż wyjściowy. Musimy teraz opisać dokładnie ewolucję jeszcze większego układu składającego się z obu wszechświatów.

Co więcej, jak wiadomo, do utraty kontroli nad ewolucją układu fizycznego nie potrzebna jest wcale duża liczba zmiennych dynamicznych, które w poprzednim przykładzie grały rolę parametrów ukrytych. Wystarczy, że równania rządzące dynamiką układu są wystarczająco skomplikowane (nieliniowe). Prognozowanie przyszłych stanów układu może być praktycznie niemożliwe z powodu wrażliwej zależności trajektorii od warunków początkowych. Niedokładności w określeniu stanu początkowego przekładają się na rosnące wykładniczo w czasie niedokładności w określeniu stanów późniejszych. W układzie takim obserwujemy tzw. chaos deterministyczny.

Oba powyżej opisane typy zjawisk mogą być używane jako argumenty za istnieniem przypadkowości w mechanice klasycznej[3], jed-

[3] Por. Henri Poincaré: „pierwszym przykładem, który możemy wybrać jest równowaga niestabilna, jak w wypadku stożka ustawionego na jego wierzchołku; wiemy, że się przewróci, lecz nie wiemy, na którą stronę. Wydaje się, że tylko przypadek będzie o tym decydował" („Le premier exemple que nous allons choisir est celui de l'équilibre instable; si un cône repose sur sa pointe, nous savons bien qu'il va tomber, mais nous ne savons pas de quel côté; il nous semble que le hasard seul va en décider".) (Poincaré, 1912, s. 4). Podobnie pisał także Marian Smoluchowski: „[...] zasadnicza cecha tego, co w życiu potocznym albo w naszej nauce oznacza się jako przypadek ... dałaby się krotko ująć w słowa: mała przyczyna – duży skutek" („[...] ein ganz wesentliches Merkmal desjenigen, was man im gewöhnlichen Leben oder in unserer Wissenschaft als Zufall bezeichnet ... läßt sich ... kurz in die Worte fassen: kleine Ursache–große Wirkung") (Smoluchowski, 1918, s. 255, tłum. polskie 1923, por. także 2017).
Należy jednak podkreślić, że Poinacaré zdawał sobie sprawę, że przypadkowość ma nie tylko charakter epistemiczny: „Przypadek musi być czymś innym niż tylko nazwą, którą nadajemy naszej niewiedzy" („Il faut donc bien que hasard soit autre chose que le nom que nous donnons à notre ignorance") (Poincaré, 1912, s. 3).

nak w oczywisty sposób przypadkowość spowodowana jest ograniczonością naszego poznania rzeczywistości, a nie jest immanentną własnością rozważanych zjawisk.

Pojęcia, których użyłem powyżej do opisu układów, w których obserwujemy zachowanie przypadkowe, same mają pewne obciążenie epistemiczne. Odwołałem się bowiem do kryterium przewidywalności jako sprawdzianu przypadkowości[4]. W konsekwencji układy deterministyczne mogą przejawiać zachowanie przypadkowe. Jeśli tak się dzieje, to mamy do czynienia z przypadkowością epistemiczną. Czym więc jest przypadkowość ontyczna? Aby precyzyjnie ją zdefiniować bez odwoływania się do pojęć epistemicznych takich jak możliwość przewidywania, zdefiniujmy, co rozumiemy przez układ (nie)deterministyczny. Zagadnienie to było szeroko dyskutowane w literaturze (zob. np. Earman, 1986). Na potrzeby dalszych rozważań przyjmiemy definicję stosunkowo prostą i naturalną. Układ nazywamy deterministycznym, jeśli każdemu jego stanowi w chwili t odpowiada dokładnie jeden jego stan w każdej późniejszej chwili t'[5]. W przeciwnym wypadku układ jest niedeterministyczny. Na pierwszy rzut oka warto byłoby wprowadzić pojęcia (nie)deterministycznego świata i opisującej go (nie)deterministycznej teorii. W takim to świecie, z kolei, występowałyby (nie)deterministyczne układy. Wówczas można byłoby doprecyzować, co oznacza, że późniejszy stan układu „odpowiada" wcześniejszemu, a mianowicie, że stan późniejszy powstał z wcze-

[4] Szczegółową i wyczerpującą analizę zależności między ontycznymi i epistemicznymi aspektami determinizmu, przewidywaniem, przewidywalnością i chaosem deterministycznym w mechanice klasycznej przedstawia (Koleżyński, 2007).

[5] Dopuszczenie w definicji chwil t' wcześniejszych od t, tzn. postulowanie, że również przeszłość jest jednoznacznie wyznaczona przez stan obecny, jest zazwyczaj nieszkodliwe, a może być korzystne, jednak nie gra to roli z punktu widzenia dalszych rozważań.

śniejszego na skutek ewolucji zgodnej z prawami dynamiki obowiązującymi w danym świecie, opisywanymi w ramach danej teorii. Sądzę jednak, że taka pedanteria nie jest niezbędna w dalszych wywodach i kiedy stwierdzamy, że jakaś teoria jest deterministyczna, oznacza to, że wszystkie przez nią opisywane układy są deterministyczne w podanym powyżej sensie.

Tak zdefiniowane pojęcie determinizmu jest pozbawione obciążeń epistemicznych, o których wspomniałem powyżej[6]. W świetle powyższej definicji, przypadkowość ontyczna może się, oczywiście, pojawiać wyłącznie w teoriach, które nie są deterministyczne. Wróćmy więc do pytania, czy mechanika klasyczna jest teorią deterministyczną.

Determinizm mechaniki klasycznej można „zadekretować". Jest to podejście przyjmowane z reguły wówczas, gdy traktujemy ją jako zamkniętą teorię dedukcyjną – tzn. w zasadzie jako pewną część matematyki. Tak np. Arnold, po przyjęciu opisanej powyżej definicji determinizmu, stwierdza: „Na przykład, mechanika klasyczna rozważa ruch systemów, których przeszłość i przyszłość są jednoznacznie określone przez początkowe pozycje i prędkości wszystkich punktów układu" (Arnold, 1975, s. 11). Podobną tezę można znaleźć w innej jego książce „[...] mechanika klasyczna rozpatruje ruch układów,

[6] Porównajmy je z opisem „naukowego determinizmu" zaproponowanym przez Poppera: „Doktryna determinizmu «naukowego» głosi, że stan dowolnego zamkniętego systemu fizycznego w dowolnym przyszłym momencie czasu może być przewidziany nawet od wewnątrz tego systemu z dowolnym określonym stopniem ścisłości, za pomocą przewidywań z teorii, w koniunkcji z warunkami początkowymi, których wymagany stopień ścisłości można zawsze wyliczyć" („The doctrine of 'scientific' determinism is the doctrine that the state of any dosed physical system at any given future instant of time can be predicted, even from within the system, with any specified degree of precision, by deducing the prediction from theories, in conjunction with initial conditions whose required degree of precision can always be calculated.") (Popper, 1988, s. 36). Stanowisko to przedstawia wyraźne epistemiczne obciążenie wynikające z odwołania się do przewidywalności.

których przyszłość i przeszłość jest jednoznacznie określona przez początkowe położenia i początkowe prędkości wszystkich punktów układu" (Arnold, 1981, s. 13). Tutaj jednak pojawia się głębsza motywacja: „Trudno w to wątpić, ponieważ uczymy się go bardzo wcześnie". Wydaje się jednak, że znaczenie tego zastrzeżenia jest raczej skromne, o czym świadczy dalsza część tekstu: „Można sobie wyobrazić świat, w którym należy określić przyszłość systemu, należy również znać przyspieszenie w początkowej fazie, ale doświadczenie pokazuje nam, że nasz świat taki nie jest", stwierdzająca jedynie, że nic więcej poza położeniami i pędami nie jest potrzebne do określenia stanu układu[7].

Powyższe sformułowania korespondują z ich matematycznym odpowiednikiem w postaci praw Newtona, przy dodatkowym założeniu, że równania różniczkowe łączące siły i przyspieszenia w ramach drugiej zasady dynamiki mają jednoznaczne rozwiązania dla zadanych warunków początkowych. Z czysto technicznego punktu widzenia, taką jednoznaczność zapewniają pewne dodatkowe warunki (np. warunek Lipschitza) nałożone na siły działające w układzie. Złamanie tych warunków może prowadzić do sytuacji, w których dla pewnych początkowych wartości położeń i pędów trajektoria w późniejszych chwilach czasu nie jest jednoznacznie określona, tzn. tym warunkom początkowym odpowiada, zgodnie z prawami rządzącymi ewolucją, więcej niż jeden stan układu w danej chwili w przyszłości. Zgodnie z przyjętą powyżej definicją taki układ mechaniczny nie jest więc deterministyczny.

---

[7] Bardzo podobne stwierdzenia można znaleźć w podręczniku Landaua i Lifszyca: „Z doświadczenia wynika, że jednoznaczna znajomość wszystkich współrzędnych i prędkości całkowicie określa stan układu i w zasadzie pozwala przewidzieć dalszy jego ruch" (Landau i Lifszyc, 1961, s. 13).

Prosty i realistyczny układ mechaniczny opisywany równaniami Newtona posiadającymi niejednoznaczne rozwiązania został podany przez Nortona (2007, 2008)[8]. W oryginalnym sformułowaniu problem dotyczy ruchu cząstki po powierzchni kopuły o określonym kształcie i sprowadza się do jednowymiarowego zagadnienia ruchu w potencjale $V = h - \frac{2}{3} r^{\frac{3}{2}}$, gdzie h jest dowolną stałą. Druga zasada dynamiki przyjmuje tu postać:

$$\frac{d^2 r}{dr^2} = \frac{-dV}{dr} = r^{\frac{1}{2}}.$$

Funkcja $r^{\frac{1}{2}}$ występująca po prawej stronie równania nie spełnia warunków zapewniających istnienie jednoznacznych rozwiązań (warunku Lipschitza). W rezultacie, równanie drugiej zasady dynamiki, dla warunków początkowych $r(0) = 0$, $\frac{dr}{dt}(0) = 0$, opisujących cząstkę spoczywającą na wierzchołku kopuły o wysokości h, ma, oprócz oczywistego rozwiązania $r(t) = 0$ opisującego dalsze pozostawanie w bezruchu, także rodzinę rozwiązań:

$$r = \begin{cases} \frac{1}{144} (t - T)^2 & \text{dla} \quad t > T \\ 0 & \text{dla} \quad t \leq T \end{cases},$$

gdzie T jest dowolnym parametrem. Interpretacja takich rozwiązań jest oczywista. Cząstka pozostaje w spoczynku do chwili T (dowolnej, niewyznaczonej przez żadne parametry układu), po czym bez przyczyny rozpoczyna w tej chwili ruch przyspieszony.

Przykład Nortona wywołał trwającą do dziś dyskusję (zob. np. Fletcher, 2012, oraz literatura tam cytowana). Jako jeden z głównych argumentów przeciwko jego istotności dla problemu determinizmu podniesiono jego idealizacyjny charakter (punkt materialny,

---

[8] Oczywiście, twierdzenie o jednoznaczności rozwiązań i skutki niespełniania jego założeń były znane już w wieku XIX, jednak dopiero przykład Nortona, właśnie przez swoją prostotę, wywołał dyskusję dotyczącą determinizmu w mechanice klasycznej układów niespełniających założeń zapewniających jednoznaczność trajektorii.

idealnie gładka powierzchnia kopuły, itp.). Ten zarzut jednak nie jest istotny z punktu widzenia naszych rozważań. Podobne układy (np. ruch po kopule półkulistej) są znakomicie obejmowane przez mechanikę klasyczną mimo identycznych założeń idealizacyjnych. Problem sprowadza się do tego, czy mechanika klasyczna opisuje układy, dla których równania drugiej zasady dynamiki nie mają jednoznacznych rozwiązań. Wydaje się, że postulat, iż układy, dla których nie jest spełniony warunek Lipschitza, nie są „prawdziwymi" układami mechanicznymi, ma charakter *ad hoc*. Tym bardziej, że warunek Lipschitza jest warunkiem dostatecznym jednoznaczności rozwiązań, ale niekoniecznym; taki postulat byłby więc zbyt radykalny, gdyż eliminowałby zbyt wiele „zdrowych" (tzn. poprawnie opisywanych w ramach mechaniki klasycznej) układów.

Eliminacji z obszaru mechaniki klasycznej układów podobnych do kopuły Nortona można dokonać w sposób nieco bardziej przemyślany i nieodwołujący się do szczegółów technicznych o charakterze matematycznym. *Prima facie*, pierwsza zasada dynamiki: „Każde ciało zachowuje swój stan spoczynku lub ruchu jednostajnego wzdłuż linii prostej, chyba że jest zmuszone do zmiany tego stanu przez przyłożenie do niego siły"[9], wydaje się wynikać z zasady drugiej, sformułowanej w postaci równania $\frac{d^2r}{dt^2} = F(r)$. Istotnie: dla znikającej siły, $F(r) = 0$, otrzymujemy rozwiązanie $r(t) = r(0) + vt$, a więc ruch jednostajny, prostoliniowy. Nie jest więc jasne, dlaczego pierwsza zasada miałaby grać jakąkolwiek niezależną rolę w sformułowaniu mechaniki klasycznej. Sprawa ta ma wiele aspektów (Nagel, 1961, rozdz. 7; zob. np. Earman i Friedman, 1973), tu ograniczymy się do obserwacji, że można zasadę pierwszą potraktować jako nie-

[9] „Corpus omne perseverare in slatu suo quiescendi vel movendi umiformiter in directum, nisi quatenus illud a viribus impressis cogitur stalum suum mutate" (Newton, 1687, przekł. polski 2011).

zależną od zasady drugiej (zob. np. w kontekście kopuły Nortona: Zimba, 2008; Zinkernagel, 2010). Tak więc, cząstka umieszczona w spoczynku na szczycie kopuły Nortona będzie tam pozostawać, gdyż nigdy nie działa na nią żadna siła. Eliminujemy więc z obszaru mechaniki nie tyle konkretne układy, ale raczej pewne, „niewygodne" rozwiązania, ratując w ten sposób determinizm. Czy jest to metodologicznie uzasadnione, pozostaje kwestią dyskusji. Niezależnie jednak od tego, czy relegujemy z mechaniki kwantowej pewne (proste!) układy, czy tylko pewne trajektorie (procesy) za pomocą mniej lub bardziej wyrafinowanych argumentów, nie otrzymujemy gwarancji, że wyeliminowaliśmy już wszelkie „niedeterministyczne" patologie, takie jak np. ucieczka układu do nieskończoności w skończonym czasie (Laraudogoitia, 1997; Mather i McGehee, 1975).

Konieczność eliminacji z obszaru mechaniki klasycznej pewnych układów, lub pewnych procesów (ewolucji) wskazuje raczej na niekompletność teorii niż brak determinizmu. Możemy próbować uzupełnić mechanikę klasyczną o dodatkowe prawa, które pozwalałyby określić przyszłe losy układu na podstawie danych początkowych, jednak nie bardzo wiadomo, jak takich praw poszukiwać. Co więcej, te dodatkowe prawa mogą mieć zarówno charakter deterministyczny, jak i probabilistyczny. W tym drugim wypadku należałoby zastąpić pojedyncze trajektorie ewolucją odpowiednich gęstości prawdopodobieństwa (Weinan i Vanden-Eijnden, 2003). Dodatkowym argumentem za potraktowaniem mechaniki klasycznej jako teorii niekompletnej jest fakt, iż w ramach teorii bardziej fundamentalnej, jaką jest mechanika kwantowa, można (choć też nie zawsze – metoda nie działa w wypadku wspomnianych powyżej problemów z ucieczką do nieskończoności w skończonym czasie – i w ramach innych ograniczeń stwarzanych przez mechanikę kwantową) ewolucję ujednoznacznić (Earman, 2008, 2009).

„Patologiczne” wypadki niejednoznaczności rozwiązań nie umknęły uwadze dziewiętnastowiecznych matematyków i fizyków. Joseph Boussinesq – badacz o wielkich zasługach w obszarze hydrodynamiki i równań różniczkowych – dostrzegł już wówczas możliwości, jakie istnienie tzw. „całek osobliwych”, tzn. w tym wypadku, właśnie dodatkowych rozwiązań równań różniczkowych, stwarza dla zrozumienia przypadkowego zachowania się trajektorii. W barokowo zatytułowanym memoriale dla Akademii Nauk Moralnych i Politycznych, w którym argumentował za pogodzeniem problemu wolnej woli z zasadami mechaniki, pisał:

> Zjawiska ruchu powinny być więc podzielone na dwie klasy. Pierwsza obejmuje te, dla których prawa mechaniki w postaci równań różniczkowych wyznaczają, same przez się, sekwencje stanów, przez które układ będzie przechodził. Siły fizykochemiczne nie pozostawiają tu roli żadnym innym przyczynom. Do drugiej klasy zaliczymy te ruchy, dla których równania dopuszczają rozwiązania osobliwe, i dla których potrzebna będzie przyczyna różna od sił fizyko-chemicznych, interweniująca, od czasu do czasu lub w sposób ciągły, bez pośrednictwa jakiegokolwiek oddziaływania mechanicznego, tylko po to, aby, po prostu, kierować układem w każdym takim punkcie bifurkacji, który się pojawi[10].

[10] „[...] les phénomènes de mouvement doivent se diviser ou deux grandes classes. La première comprendre ceux où les lois mécaniques exprimées par les équations différentielles détermineront à elles seules la suite des états par lesquels passera le système, et ou, par conséquent, les forces physico-chimiques ne laisseront aucun rôle disponible à des causes d’une autre nature. Dans la seconde classe se rangeront, au contraire, les mouvements dont les équations admettront des intégrales singulières, et dans lesquels il faudra qu’une cause distincte des forces physico-chimiques intervienne, de temps en temps ou d’une manière continue, sans d’ailleurs apporter aucune part d’action mécanique, mais simplement pour diriger le système à chaque bifurcation d’intégrales qui se présentera” (Boussinesq, 1878).

Z oczywistych względów rozwiązanie postawionego przez autora problemu nie jest zbyt zadowalające. Dopóki nie określimy natury owych dodatkowych przyczyn, które rządzą wyborem konkretnego rozwiązania w punkcie osobliwym, nie posuniemy się w zrozumieniu przyczynowości mechaniki klasycznej. W przytoczonym fragmencie Boussinesq *explicite* wyklucza spośród nich oddziaływania fizyczne („siły fizyko-chemiczne"), wykraczając poza ramy czystego fizykalizmu. Choć jest to akceptowalne (w konsekwencji musimy wówczas zrezygnować z fizykalnego zrozumienia wolnej woli), wykracza poza zakres dyskusji tego artykułu. Interesująca natomiast jest koncepcja wprowadzenia dwóch rodzajów ruchu w celu pogodzenia determinizmu praw mechaniki klasycznej z ewolucją niedeterministyczną. Jest to bowiem, *mutatis mutandis*, założenie leżące u podstaw wszelkich ortodoksyjnych interpretacji mechaniki kwantowej, gdzie jedynym elementem dynamiki wprowadzającym przypadkowość do całkowicie deterministycznej ewolucji schrödingerowskiej są akty pomiaru.

3. Czy mechanika kwantowa jest niedeterministyczna?

Wraz z pojawieniem się teorii kwantowej stało się jasne, że możemy liczyć tylko na probabilistyczny opis rzeczywistości, ale początkowo nie było żadnych powodów, aby przejść z pozycji demokrytejskiej (przypadkowość epistemiczna) na epikurejską (przypadkowość ontyczna). Mogło się bowiem wydawać, że zostaliśmy tylko skonfrontowani z jeszcze jedną, niepełną teorią podobną do termodynamiki, czy fizyki statystycznej, której wyniki są jednoznacznie określone przez wartości deterministycznych „parametrów ukrytych", niemierzalnych z bardziej lub mniej fundamentalnych powodów.

Twierdzenie Bella (Bell, 1964) pokazało jednak, że sprawa nie może być prosta. Istotnym wynikiem prac Bella jest nierówność ograniczająca wartości pomiarów wielkości „makroskopowych"[11], (a w zasadzie, pewnych funkcji tych wartości, zob. niżej). Wielkości „makroskopowe" otrzymujemy przez uśrednienie po rozkładzie zmiennych ukrytych, ponieważ nie mamy możliwości dokładnego wyznaczenia tych ostatnich. Nierówność Bella[12] musi być spełniona dla wszystkich teorii operujących zmiennymi ukrytymi z szerokiej i ważnej klasy takich parametrów, obejmującej zmienne ukryte tego typu, co w klasycznej fizyce statystycznej. Jeśli w doświadczeniu okaże się, że jakaś z nierówności Bella jest złamana, to wykluczy to istnienie parametrów ukrytych z tej szerokiej klasy, a więc, przede wszystkim, zmienne ukryte znane z teorii klasycznych. Nie oznacza to niemożliwości skonstruowania mechaniki kwantowej jako teorii opartej na zmiennych ukrytych. Musimy jednak wtedy pogodzić się z pewnymi „egzotycznymi" własnościami tych zmiennych. Tak np. w podejściu Bohma (Bohm, 1952) zarówno funkcja falowa, określona na przestrzeni konfiguracyjnej wszystkich cząstek, jak i położenia tych cząstek, grające rolę zmiennych ukrytych, ewoluują deterministycznie. Jednak ruch pojedynczej cząstki zależy od stanu wszyst-

---

[11] Używam cudzysłowu, aby uniknąć złego skojarzenia – w mechanice kwantowej są to wielkości mogące dotyczyć pojedynczych cząstek elementarnych, a więc raczej „mikroskopowe". Jednak, gdyby udało się te wielkości wyznaczyć za pomocą zmiennych ukrytych, to byłyby one „makroskopowe" z punktu widzenia „mikroskopowych" zmiennych ukrytych, tak jak temperatura jest wielkością makroskopową z punktu widzenia energii poszczególnych cząstek gazu.

[12] Można wyprowadzić wiele nierówności tego typu. Przyjęło się nazywać je wszystkie nierównościami Bella, stąd niekiedy będzie się w tekście pojawiała liczba mnoga.

kich innych cząstek w tej samej chwili czasu, tzn. wartości zmiennych ukrytych uzgadniane są natychmiastowo, co czyni teorię nieintuicyjnie nielokalną[13].

Nierówności Bella dotyczą wspólnych rozkładów prawdopodobieństwa mierzonych wielkości. Przypuśćmy, że dokonujemy pomiaru na układzie N obiektów (cząstek). Na każdym z nich możemy wykonać pomiar pewnej wielkości (obserwabli), otrzymując w wyniku tego pomiaru jedną z możliwych wartości tej obserwabli. Naturalnym opisem otrzymanych wyników jest wspólny rozkład prawdopodobieństwa $P\left(a_1, \ldots, a_N \,|x_1, \ldots, x_N\right)$ otrzymania wyniku a_1 przy pomiarze obserwabli x_1 na pierwszej cząstce, wyniku a_2 przy pomiarze obserwabli x_2 na drugiej cząstce itd. W dalszym ciągu ograniczymy się do dwóch podukładów (dwóch cząstek), $P\left(a, b\,|x, y\right)$, co upraszcza zapis i rozumowanie, a jest wystarczające dla dalszej argumentacji. Prawdopodobieństwa pojawiają się tu, gdyż każdy pomiar jest obciążony przypadkowością (ontyczną lub epistemiczną). Załóżmy teraz, że otrzymane wyniki dają się opisać w ramach pewnej teorii zmiennych ukrytych, które oznaczymy za pomocą symbolu λ (może to być wiele zmiennych). Oznacza to, że prawdopodobieństwa $P\left(a, b\,|x, y\right)$ są przez wartości zmiennych $p\left(\lambda\right)$ wyznaczone, co ujmiemy *explicite* w zapisie w postaci $P\left(a, b\,|x, y; \lambda\right)$. Zmienne ukryte λ mają rozkład prawdopodobieństwa $p\left(\lambda\right)$ i to właśnie ten rozkład określa prawdopodobieństwa wszelkich wyników pomiarów poprzez uśrednienie po nim (taka jest właśnie rola parametrów ukrytych). Oznacza to, że $P\left(a, b\,|x, y\right) = \int_\Lambda^x d\lambda P\left(a, b\,|x, y; \lambda\right)$, gdzie całkowanie (uśrednianie) wykonane jest

[13] Interpretacja Everetta (Everett III, 1957) oferuje również całkowicie deterministyczny obraz, w którym wszystkie możliwości współistnieją. Nastręcza to fundamentalnych problemów w mówieniu o prawdopodobieństwie, zob. np. artykuły w cz. II i IV zbioru (Saunders i in., 2010).

po całym zbiorze dopuszczalnych wartości zmiennych ukrytych b_n. O zmiennych ukrytych zakładamy, że są to zmienne lokalne. Oznacza to, że $P\left(a,b\,|x,y;\lambda\,\right) \;=\; p\left(\lambda\right)P\left(a\,|x;\lambda\,\right)P\left(b\,|y;\lambda\,\right)$. Interpretacja tego warunku jest dość oczywista: wspólne prawdopodobieństwo otrzymania wyników a i b zależą tylko od pomiarów wykonywanych oddzielnie na cząstce pierwszej i na cząstce drugiej oraz, oczywiście, wartości zmiennych ukrytych, które są za otrzymane wyniki odpowiedzialne[14] [15]. Nierówności Bella spełniane są w każdym modelu zmiennych lokalnych i mają one postać:

$$\sum_{a,b,x,y} c_{ab}^{xy}\;P\left(a,b\,|x,y\,\right) \leq S,$$

gdzie c_{ab}^{xy} są pewnymi współczynnikami zależnymi od wyników pomiarów i mierzonych obserwabli, a S pewną stałą. Przykładem takiej nierówności jest tzw. nierówność CHSH[16]. Dotyczy ona sytuacji, w której mamy do wyboru dwie obserwable dla każdej cząstki (tzn. zarówno x jak i y możemy wybrać ze zbioru dwuelementowego, możemy więc zmiennym x i y nadać wartość 0 lub 1, w zależności od wyboru jednej z dwóch obserwabli) oraz każdy pomiar może

[14] Najłatwiej można zrozumieć znaczenie warunku lokalności poprzez wyobrażenie sobie, że pomiarów dotyczących pierwszej dokonujemy w laboratorium bardzo odległym od drugiego, w którym przeprowadzamy w tym samym czasie pomiary drugiej cząstki. Duża odległość uniemożliwia wymianę informacji między laboratoriami, a ewentualne korelacje (wynikające np. ze wspólnej przeszłości obu cząstek, jak to ma miejsce, gdy obie są produktami rozpadu jakiejś cząstki) są zakodowane w zmiennych ukrytych określających w każdej chwili stan całego układu obu cząstek.

[15] Jeśli chcemy, żeby cały model był deterministyczny (to również rola, którą mają grać zmienne ukryte), to konkretny wynik a pomiaru obserwabli x musi być jednoznacznie wyznaczony przez aktualne wartości zmiennych ukrytych λ, innymi słowy, że dla danego λ $P\left(a\,|x;\lambda\,\right)$ jest równe albo 0 albo 1. Model zmiennych ukrytych spełniających te warunki nazywamy *deterministycznym lokalnym modelem zmiennych ukrytych*.

[16] Nazwa pochodzi od pierwszych liter nazwisk autorów artykułu (Clauser i in., 1969).

dać w wyniku jedną z dwóch dopuszczalnych wartości (dla uproszczenia przyjmijmy, że są to wartości +1 i -1 (taka sytuacja zachodzi np. przy pomiarze rzutu spinu na określony kierunek dla cząstek o całkowitym spinie $\frac{1}{2}$, lub stanów polaryzacyjnych fotonów, oczywiście po unormowaniu wyników do wartości ± 1). Poprzez wykonanie wielu pomiarów jesteśmy w stanie określić wartość średnią (zwaną też wartością oczekiwaną) iloczynu wyniku pomiarów, którą oznaczymy $\langle a_x b_y \rangle$, a mianowicie:

$$\langle a_x b_y \rangle = \sum_{ab} a \cdot b \cdot P\left(a, b \left| x, y \right.\right).$$

Nietrudno pokazać, że

$$\left| \langle a_0 b_0 \rangle + \langle a_0 b_1 \rangle + \langle a_1 b_0 \rangle - \langle a_1 b_1 \rangle \right| \leq 2.$$

Jest to właśnie nierówność CHSH będąca szczególnym przypadkiem ogólnej nierówności Bella wypisanej poprzednio.

We wspomnianych wypadkach cząstek o spinie $\frac{1}{2}$ lub fotonów kombinację wartości oczekiwanych występującą po lewej stronie nierówności można łatwo policzyć w ramach mechaniki kwantowej w konkretnym stanie całego układu. Okazuje się, że można tak wybrać obserwable (sprowadza się to do wyboru kierunków pomiaru rzutu spinu lub polaryzacji) i stan układu, żeby lewa strona przyjmowała wartość większą niż 2 w sprzeczności z nierównością Bella[17]. Na poziomie obliczeniowym wynika to z faktu, że w mechanice kwantowej wartości oczekiwane liczone są w inny sposób niż w klasycznym rachunku prawdopodobieństwa (wrócę do tego problemu poniżej). Jeśli wynik ten udałoby się potwierdzić doświadczalnie, to

[17] W mechanice kwantowej wielkość ta może osiągnąć maksymalną wartość $2\sqrt{2}$. Tak więc w mechanice kwantowej możliwe korelacje również podlegają pewnym ograniczeniom, zwanym nierównościami Tsirelsona.

wykluczylibyśmy możliwość opisu mechaniki kwantowej za pomocą lokalnych zmiennych ukrytych, w szczególności w ramach modelu deterministycznych lokalnych zmiennych ukrytych, a więc przypadkowość nie mogłaby pochodzić wyłącznie z nieznajomości dokładnych wartości jakichś całkowicie deterministycznych zmiennych, co z kolei wskazywałoby na ontyczny jej charakter.

Pierwsze tego typu doświadczenia zostały przeprowadzone przez Alaina Aspecta już w latach 80. zeszłego wieku (Aspect, Grangier i Roger, 1982) i istotnie wykazały one łamanie nierówności Bella, a więc wykluczyły istnienie lokalnych zmiennych ukrytych. Jednak dopiero w ostatnich latach wykonano eksperymenty, w których udało się w przekonujący sposób pokonać wszelkie trudności związane z niedoskonałością i innymi szczegółami technicznymi pomiarów, co pozwoliło zamknąć wszystkie luki w poprzednich eksperymentach (Giustina i in., 2015; Hensen i in., 2015; Shalm i in., 2015).

Wydawałoby się więc, że osiągnęliśmy zamierzony cel. Wykazaliśmy, przez doświadczalne złamanie nierówności Bella, że mechanika kwantowa jest teorią niedeterministyczną, a przynajmniej, że nie dopuszcza zmiennych ukrytych takich, jakie znamy z teorii klasycznych. Niestety, sprawa nie jest aż tak prosta. Otóż w doświadczeniach, o których mowa, trzeba dokonać wielu pomiarów rzutu spinu, lub polaryzacji na przypadkowo wybrane kierunki. Innymi słowy musimy mieć możność całkowicie przypadkowego wyboru ustawień przyrządów pomiarowych. Warunek ten nazywany jest niekiedy postulatem „wolnej woli" – eksperymentator powinien mieć całkowitą, niczym nieograniczoną swobodę wyboru ustawień. Wybór ten musi być całkowicie przypadkowy i niezależny od stanów mierzonego układu (w szczególności od wartości ewentualnych zmiennych ukrytych określających ten stan). Oba te wymagania są istotne. Zarówno zależność wyboru od stanu układu (parametrów ukrytych) (Brans, 1988), jak i niedoskonałości w przypadkowości wyboru ustawień (Hall, 2010; Koh i in., 2012) pozwalałyby na deterministyczny opis wyników.

W konkretnych doświadczeniach realizowane jest to przez wykorzystanie do tego wyboru niezależnego generatora liczb losowych. Jest też propozycja, aby w eksperymencie (w tym wypadku dotyczącym fotonów) zastosować fotony przychodzące do laboratorium z nieskorelowanych odległych od siebie źródeł kosmicznych (np. kwazarów) (Gallicchio, Friedman i Kaiser, 2014). Jednak, jak widać, zawsze pojawia się *circulus vitiosus* niszczący nasze nadzieje na wykazanie istnienia „prawdziwej" przypadkowości. Aby takie istnienie wykazać, musimy bowiem założyć, że istnieje proces stochastyczny (przypadkowy), pozwalający na sterowanie ustawieniami. Ucieczka z tego koła jest niemożliwa z powodów fundamentalnych, niezwiązanych nawet z konkretnymi rozwiązaniami doświadczalnymi. W końcu radykalny fatalizm („wszystko jest raz na zawsze zdeterminowane"), nie jest wewnętrznie sprzeczny, a tylko niezgodny z naszymi intuicjami.

Mimo tego warto podkreślić, że mechanika klasyczna i kwantowa różnią się radykalnie w swoim stosunku do prawdopodobieństwa. Na poziomie formalnym oznacza to inne reguły obliczania prawdopodobieństwa, co często w literaturze przedmiotu jest opisywane stwierdzeniem, że teoria prawdopodobieństwa kwantowego nie jest klasyczną teorią prawdopodobieństwa. U podstaw tej różnicy leży zasada nieoznaczoności, która od początków rozwoju mechaniki kwantowej była uważana za przyczynę indeterminizmu mechaniki kwantowej. Przypomnijmy, że stwierdza ona, iż dla każdego układu fizycznego istnieje para obserwabli, których nie można jednocześnie jednoznacznie zmierzyć. Innymi słowy, w żadnym stanie układu nie można z dowolną dokładnością zmierzyć wartości wszystkich obserwabli. Tak więc, w najprostszym wypadku, położenie i pęd pojedynczej cząstki obarczone są nieokreślonościami (mierzonymi dyspersjami wokół wartości średniej), których iloczyn nie może być mniejszy od pewnej stałej. Fakt ten może być wykorzystany do „podniesienia statusu” klasycznej przypadkowości związanej z chaosem deterministycznym z czysto epistemicznego do ontycznego, bowiem nieokreśloność wynikająca z zasady nieoznaczoności nie jest wynikiem naszego poznania, ale wynika z immanentnej struktury wszechświata. Tak więc, ponieważ warunki początkowe nigdy nie są określone z dowolną dokładnością, układ może się zachowywać w sposób chaotyczny i nasze wysiłki aby tego uniknąć spełzną na niczym. Nie jestem do końca przekonany do siły tego argumentu za istnieniem przypadkowości ontycznej, przede wszystkim z powodów metodologicznych. Otóż miesza on dwa poziomy wyjaśniania – klasyczny i kwantowy, bez uzasadnienia, że takie podejście jest prawomocne. Tym bardziej, że chaos w rozumieniu klasycznym nie istnieje (lub przynajmniej przejawia się w całkowicie inny sposób) na poziomie kwantowym (Haake, 2013; Haake, Gnutzmann i Kuś, 2018).

Można jednak spojrzeć na zasadę nieoznaczoności z nieco innego punktu widzenia. Otóż wynika z niej, że pewne pytania dotyczące wyników doświadczeń, takie jak np. pytanie o jednoczesne wartości położenia i pędu, nie mogą być w mechanice kwantowej zadawane, nie mają bowiem żadnego sensu, właśnie ze względu na zasadę nieoznaczoności. W konsekwencji, w przeciwieństwie do tego, do czego jesteśmy przyzwyczajeni w fizyce klasycznej, nie możemy, zasadniczo, przypisać obiektom kwantowym (np. elektronom) konkretnych wartości obserwabli, które potem zostaną ujawnione w wyniku pomiaru. Obiekt kwantowy zatem nie „niesie ze sobą” wartości tych obserwabli; zostaną one (oczywiście w sposób zależny od kwantowego stanu obiektu) „ukonkretnione” w trakcie pomiaru. Mówimy, że mechanika kwantowa nie spełnia warunku „lokalnego realizmu”[18]. Łamanie lokalnego realizmu przekłada się na inny sposób liczenia prawdopodobieństw, a to z kolei, jak już wspomniano powyżej, na łamanie nierówności Bella, a także na tzw. „kontekstualność” mechaniki kwantowej – wynik pomiaru obserwabli zależy od tego, jakie inne obserwable mierzymy jednocześnie (tzn. „w jakim kontekście” dokonujemy pomiarów), co pokazali Kochen i Specker (Kochen i Specker, 1967).

Niemożność zadawania pewnych pytań w mechanice kwantowej wynika z faktu, że pytania mogące znaleźć odpowiedź za pomocą doświadczeń zadajemy tu w odmienny sposób niż ma to miejsce w mechanice klasycznej. Klasyczne pytania są postaci: „Czy współrzędne opisujące dany stan układu są w konkretnym obszarze przestrzeni fazowej”. Pytania można łączyć za pomocą spójników logicznych „i”, co odpowiada części wspólnej dwu obszarów w przestrzeni fazowej, „lub”, co odpowiada sumie teoriomnogościowej obszarów, „jeśli to”, co odpowiada zawieraniu się jednego obszaru w drugim („jeśli współrzędne znajdują się w obszarze *A*, a obszar *A* zawiera się w obszarze *B*, to współrzędne znajdują się w obszarze *B*”). Można też zadać pytanie przeciwne, tzn. o pozostawanie poza danym obszarem, co odpowiada dopełnieniu danego obszaru do całej przestrzeni fazowej. Struktury pytań i odpowiednich obszarów przestrzeni fazowej są izomorficzne – obie te struktury są izomorficznymi algebrami Boole’a. Na strukturze algebry Boole’a podzbiorów (mierzalnych, ale to szczegół techniczny z punktu widzenia naszych rozważań) oparta jest klasyczna teoria prawdopodobieństwa Kołmogorowa. Zgodnie z twierdzeniem Stone’a (Stone, 1936), każda algebra Bo-

[18] Lokalny realizm teorii to właśnie ta cecha, że wartości wszystkich obserwabli „tkwią” w każdym opisywanym przez nią obiekcie, niezależnie od tego, czy dokonujemy jakichkolwiek pomiarów.

ole'a (a więc struktura zbioru pytań w teorii klasycznej) ma reprezentacje w postaci algebry podzbiorów pewnego zbioru, a więc zawsze w teorii klasycznej prawdopodobieństwo będzie miało charakter kołmogorowski.

W teorii kwantowej zadawane pytania doświadczalne nie dotyczą obszarów przestrzeni fazowej (nie istnieje ona w teorii kwantowej), ale przynależności wektora falowego (funkcji falowej) opisującego stan kwantowy układu do określonej domkniętej podprzestrzeni liniowej przestrzeni Hilberta funkcji falowych. Podprzestrzenie te są przestrzeniami własnymi operatorów liniowych reprezentujących obserwable. O ile połączeniu dwóch pytań spójnikiem „i" odpowiada nadal przecięcie podprzestrzeni, to alternatywie („lub") nie odpowiada suma teoriomnogościowa dwóch podprzestrzeni, która zazwyczaj sama nie jest domkniętą podprzestrzenią, ale najmniejszą domkniętą podprzestrzenią całej przestrzeni Hilberta zawierającą obie podprzestrzenie. Implikacji odpowiada inkluzja odpowiednich podprzestrzeni, a negacji domknięcie podprzestrzeni dopełniającej daną podprzestrzeń do całej przestrzeni Hilberta. Struktura zbioru pytań nie jest już algebrą Boole'a, ale ogólniejszą strukturą algebraiczną, tzw. kratą, odpowiadającą wprowadzonej przez Birkhoffa i von Neumanna „logice mechaniki kwantowej" (Birkhoff i Neumann, 1936). Dla takich logik istnieje twierdzenie analogiczne do twierdzenia Stone'a dla algebr Boole'a. Wszystkie takie logiki można zaprezentować właśnie za pomocą rzutów na domknięte podprzestrzenie w pewnej przestrzeni Hilberta (Solèr, 1995). Z kolei twierdzenie Gleasona (Gleason, 1957) określa jednoznacznie możliwą postać miar prawdopodobieństwa[19], która okazuje się być zgodna z tym, co znamy z mechaniki kwantowej. Tak więc w mechanice kwantowej skazani jesteśmy zawsze na obliczanie wartości oczekiwanych za pomocą

[19] Jeśli tylko wymiar przestrzeni Hilberta jest większy niż 2.

śladu iloczynu operatora gęstości i mierzonej obserwabli, co prowadzi, w pewnych stanach i dla odpowiedniego doboru obserwabli, do złamania nierówności Bella. W ten sposób, różnice charakterów przypadkowości w mechanice klasycznej i kwantowej sprowadziliśmy do różnicy logik tych teorii (tzn. struktur logicznych możliwych do zadania pytań doświadczalnych).

Można zadać zasadne pytanie, czy istnieją inne alternatywne teorie pretendujące do opisu rzeczywistości fizycznej, w których prawdopodobieństwo obliczane byłoby w sposób odmienny od opisanych wyżej wypadków (klasycznego i kwantowego). Punktem wyjścia może być tu analiza nierówności CHSH. Ograniczenie po prawej stronie ma wartość 2 w wypadku klasycznym i $2\sqrt{2}$ w wypadku kwantowym. Łatwo zauważyć, że każdy ze składników po lewej stronie ma, zgodnie z ich definicją, wartość bezwzględną nie większą niż 1, ich suma nie może przekroczyć 4. Popescu i Rohrlich zauważyli, że osiągnięcie tej maksymalnej wartości jest możliwe (Popescu i Rohrlich, 1994). Skonstruowali oni model, w którym zachowana jest elementarna forma przyczynowości (niemożliwe jest natychmiastowe przekazanie informacji między oddalonymi od siebie laboratoriami, w których dokonujemy pomiarów), a lewa strona nierówności CHSH przyjmuje maksymalną możliwą wartość 4. Teraz również można zadać pytanie o strukturę logiczną zbioru pytań doświadczalnych oraz wynikającą z niej odpowiednią teorię prawdopodobieństwa. Jak należało oczekiwać, zarówno struktura logiczna zbioru pytań, jak i teoria prawdopodobieństwa są różne zarówno od ich odpowiedników klasycznych, jak i kwantowych (Tylec i Kuś, 2015, 2018).

Logiczna struktura zbioru pytań determinuje także status zasady nieoznaczoności konkretnej teorii. Otóż gdy struktura jest tzw. „logiką konkretną", zasada nieoznaczoności nie obowiązuje. Istnieją stany bezdyspersyjne, tzn. takie, dla których jednocześnie określone są dokładne wartości wszystkich obserwabli (w mechanice klasycznej jest to stan znajdowania się układu w konkretnym pojedynczym punkcie przestrzeni fazowej). Jak łatwo się domyślić, algebry Boole'a są logikami konkretnymi (w fizyce klasycznej nie ma zasady nieoznaczoności), logika mechaniki kwantowej nie jest logiką konkretną, nie istnieją stany bezdyspersyjne, obowiązuje zasada nieoznaczoności. Co ciekawe, mechanika kwantowa ma pod tym względem charakter wyjątkowy. Okazuje się, że logika modelu Popescu-Rorhlicha jest logiką konkretną, więc nie obowiązuje w niej zasada nieoznaczoności, a sam model jest z tego punktu widzenia „bardziej klasyczny" niż mechanika kwantowa, mimo że łamie nierówność Bella w sposób bardziej radykalny niż ona (Tylec i Kuś, 2015). Ponownie więc wróciliśmy do logicznego uzasadnienia zasady nieoznaczoności, w większym nieco kontekście teorii bardziej ogólnych niż mechanika klasyczna i kwantowa.

Podsumowując należałoby stwierdzić, że żaden z opisów zjawisk przypadkowych proponowanych przez mechanikę klasyczną i kwantową (a także inne teorie, np. model Popescu-Rohrlicha), nie może służyć za podstawę do udzielenia ostatecznej odpowiedzi na postawione w tytule pytanie[20]. Jednak z praktycznego punktu widzenia, np. dla potrzeb generowania „prawdziwie przypadkowych" ciągów losowych, ważnych, o czym wspomniałem na wstępie, w kryptografii i ochronie danych, różnice między przypadkowością klasyczną i kwantową mogą mieć istotne znaczenie. Otóż przypadkowość kwantowa może być „wzmacniana", w odróżnieniu od przypadkowości klasycznej. Aby zrozumieć na czym polega wzmacnianie przypadkowości rozważmy abstrakcyjny model generowania se-

[20] Christian Wüttrich ujął to w dosadnym stwierdzeniu: „Kant's Third Antinomy is still alive and kicking" (Wüthrich, 2010).

kwencji liczb przypadkowych $b_1, b_2, \ldots$, przyjmując dla uproszczenia, że przybierać mogą one tylko wartości 0 lub 1. Kolejne generowane liczby mogą zależeć od poprzednio wygenerowanych elementów i wszelkich innych warunków zewnętrznych, powiedzmy więc, że w chwili generowania kolejnego, b_n, elementu ciągu dostępna jest cała informacja o dotychczasowym przebiegu procesu i stanie wszystkich układów w całym wszechświecie, mogących mieć wpływ na wynik generacji. Załóżmy jednak, że pozostaje jednak jakiś element przypadkowości w akcie generowania, tzn., że prawdopodobieństwo, że wygenerowane b_n będzie równe 0 spełnia warunek:

$$\frac{1}{2} - \varepsilon \leq P\left(b_n = 0 \,|\Lambda\right) \leq \frac{1}{2} + \varepsilon.$$

$P\left(b_n - 0 \,|\Lambda\right)$ jest tu właśnie tym prawdopodobieństwem warunkowym tego, że b_n przyjmie wartość zero, w sytuacji, gdy zachodzi Λ (opisana przez konkretne wartości „zmiennych ukrytych" określających stany pozostałych wszystkich układów, dotychczasowy przebieg procesu itd.), natomiast ε charakteryzuje przypadkowość procesu generowania. Gdy $\varepsilon = 0$ proces ten jest całkowicie przypadkowy, $P\left(b_n = 0 \,|\Lambda\right) = \frac{1}{2}$, i wygenerowanie wartości 0 jest takie samo jak dla wartości 1. Dla $\varepsilon = \frac{1}{2}$ wypisana nierówność spełniona jest trywialnie dla dowolnego rozkładu prawdopodobieństwa. Wzmacnianie przypadkowości polegałoby na wystartowaniu procesu z pewną wartością $\varepsilon > 0$, a następnie użyciu otrzymanych wyników do takiego pokierowania procesem, aby zmniejszyć wartość ε, tzn. przybliżyć go do procesu całkowicie przypadkowego. Santha i Vazirani (1984) wykazali, że jest to niemożliwe na poziomie klasycznym (tzn. w standardowej teorii prawdopodobieństwa), natomiast Colbeck i Renner (2012) pokazali, jak takiego wzmocnienia można dokonać na gruncie mechaniki kwantowej. Na podstawie tych wyników można więc argumentować, że mechanika kwantowa jest „bardziej przypadkowa" niż klasyczna w wydaniu statystycznym. Mechanika kwantowa orzeka bowiem, jak wynika z opisanych tu rezultatów, iż albo wszystkie procesy są całkowicie zdeterminowane, albo możliwy jest proces całkowicie przypadkowy ($\varepsilon = 0$).

Na zakończenie jeszcze jedna, dość prosta, uwaga dotycząca poruszonych powyżej praktycznych aspektów przypadkowości. Otóż niezależnie od interpretacji mechaniki kwantowej (wszystkie te interpretacje muszą się zgadzać co do otrzymywanych wyników doświadczalnych, a więc, jak dotychczas zgodnych ze zwykłą, kopenhaską interpretacją mechaniki kwantowej), nie widać też sposobu obalenia istnienia zjawisk przypadkowych w przyrodzie, gdyż wszystkie wyniki doświadczalne mechaniki kwantowej są z takim istnieniem zgodne. Jeśli jednak przewidywania konkurencyjnych teorii lub interpretacji niedopuszczających przypadkowości, zostaną potwierdzone doświadczalnie i zaprzeczą ortodoksyjnej mechanice kwantowej, to sprawę trzeba będzie przemyśleć na nowo.

Bibliografia

Arnold, V.I., 1975. *Równania różniczkowe zwyczajne*. OCLC: 51730371. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Arnold, V.I., 1981. *Metody matematyczne mechaniki klasycznej* (P. Kucharczyk. Tłum.). OCLC: 749654534. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Aspect, A., Grangier, P. i Roger, G., 1982. Experimental realization of Einstein-Podolsky-Rosen-Bohm Gedankenexperiment: a new violation of Bell's inequalities. *Physical Review Letters*, 49(2), ss. 91–94.

Bell, J.S., 1964. On the Einstein-Podolsky-Rosen paradox. *Physics*, 1, ss. 195–200.

Birkhoff, G. i Neumann, J. von, 1936. The logic of quantum mechanics. *Annals of Mathematics*, ss. 823–843.

Bohm, D., 1952. A suggested interpretation of the quantum theory in terms of "hidden" variables. I,II. *Physical Review*, 85(2), ss. 166–193.

Boussinesq, J., 1878. *Conciliation du véritable déterminisme mécanique avec l'existence de la vie et de la liberté morale*. Paris: Gauthier-Villars.

Brans, C.H., 1988. Bell's theorem does not eliminate fully causal hidden variables. *International Journal of Theoretical Physics*, 27(2), ss. 219–226.

Cicero, M.T., 1873. *De finibus bonorum et malorum libri V*. OCLC: 27662383. Leipzig: Teubner.

Cicero, M.T., 1933. *De natura deorum*. OCLC: 980733812. Leipzig: Teubner.

Cicero, M.T., 1961. O najwyższym dobru i złu. *Pisma filozoficzne, Tom III* (W. Kornatowski. Tłum.). Warszawa: PWN.

Clauser, J.F., Horne, M.A., Shimony, A. i Holt, R.A., 1969. Proposed experiment to test local hidden-variable theories. *Physical Review Letters*, 23(15), ss. 880–884.

Colbeck, R. i Renner, R., 2012. Free randomness can be amplified. *Nature Physics* [Online], 8(6), ss. 450–453. Dostępne na: https://doi.org/10.1038/nphys2300 [ostatni dostęp: 22 września 2018].

Diels, H., 1906. *Die Fragmente der Vorsokratiker*. OCLC: 475717745. Berlin: Weidmannsche Buchhandlung.

Diogenes Laertius, 1982. *Żywoty i poglądy słynnych filozofów* (I. Krońska, K. Leśniak i W. Olszewski. Tłum.). OCLC: 749216090. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Diogenes Laertius, 2008. *Diogenis Laertii Vitae philosophorum*. OCLC: 298213277. Berlin: Walter de Gruyter.

Earman, J., 1986. *A Primer on Determinism*. OCLC: 230835201. Dordrecht: Reidel.

Earman, J., 2008. How determinism can fail in classical physics and how quantum physics can (sometimes) provide a cure. *Philosophy of Science*, 75(5), ss. 817–829.

Earman, J., 2009. Essential self-adjointness: implications for determinism and the classical–quantum correspondence. *Synthese*, 169(1), ss. 27–50.

Earman, J. i Friedman, M., 1973. The meaning and status of Newton's law of inertia and the nature of gravitational forces. *Philosophy of Science*, 40(3), ss. 329–359.

Everett III, H., 1957. "Relative state" formulation of quantum mechanics. *Reviews of Modern Physics*, 29(3), s. 454.

Fletcher, S.C., 2012. What counts as a Newtonian system? The view from Norton's dome. *European Journal for Philosophy of Science*, 2(3), ss. 275–297.

Freeman, K., 1948. *Ancilla to the Pre-Socratic Philosophers: a Complete Translation of the Fragment in Diels, Fragmente der Vorsokratiker* [Online]. OCLC: 706866300. Cambridge: Harvard University Press. Dostępne na: <http://catalog.hathitrust.org/api/volumes/oclc/928305.html> [ostatni dostęp: 21 września 2018].

Gallicchio, J., Friedman, A.S. i Kaiser, D.I., 2014. Testing Bell's inequality with cosmic photons: closing the setting-independence loophole. *Physical Review Letters*, 112(11), s. 110405.

Giustina, M. i in., 2015. Significant-loophole-free test of Bell's theorem with entangled photons. *Physical Review Letters*, 115(25), s. 250401.

Gleason, A.M., 1957. Measures on the closed subspaces of a Hilbert space. *Journal of Mathematics and Mechanics*, 6, ss. 885–893.

Haake, F., 2013. *Quantum Signatures of Chaos*. 3 wyd. T. 54. Berlin: Springer Science & Business Media.

Haake, F., Gnutzmann, S. i Kuś, M., 2018. *Quantum Signatures of Chaos*. 3 wyd. T. 54, *Springer Series in Synergetics*. Berlin: Springer.

Hall, M.J., 2010. Local deterministic model of singlet state correlations based on relaxing measurement independence. *Physical Review Letters*, 105(25), s. 250404.

Hensen, B. i in., 2015. Loophole-free Bell inequality violation using electron spins separated by 1.3 kilometres. *Nature*, 526(7575), ss. 682–686.

Knuth, D.E., 1969. *The Art of Computer Programming. Seminumerical Algorithms 2*. OCLC: 929240123. Reading, Mass.: Addison-Wesley.

Kochen, S. i Specker, E.P., 1967. The problem of hidden variables in quantum mechanics. *Journal of Mathematics and Mechanics*, 17, ss. 59–87. [Ostatni dostęp: 22 września 2018].

Koh, D.E. i in., 2012. Effects of reduced measurement independence on Bell-based randomness expansion. *Physical Review Letters*, 109(16), s. 160404.

Koleżyński, A., 2007. Determinizm Laplace'a w świetle teorii fizycznych mechaniki klasycznej. *Philosophical Problems in Science (Zagadnienia Filozoficzne w Nauce)*, (40), ss. 59–75. [Ostatni dostęp: 22 września 2018].

Landau, L.D. i Lifszyc, J.M., 1961. *Mechanika* (S.L. Bażański. Tłum.), *ser. Fizyka teoretyczna*. Warszawa: Państwowe Wydawnictwo Naukowe.

Laplace, P.S.d., 1814. *Essai philosophique sur les probabilités*. Google-Books-ID: rDUJAAAAIAAJ. Paris: Mme. Ve. Courcier.

Laraudogoitia, J.P., 1997. Classical particle dynamics, indeterminism and a supertask. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 48(1), ss. 49–54.

Mather, J.N. i McGehee, R., 1975. Solutions of the collinear four body problem which become unbounded in finite time. *Dynamical Systems, Theory and Applications*. New York: Springer, ss. 573–597.

Nagel, E., 1961. *The Structure of Science: Problems in the Logic of Scientific Explanation*. OCLC: 231599. New York: Harcourt, Brace & World.

Newton, I., 1687. *Philosophiae naturalis principia mathematica*. Londini; [London]: J. Societatis Regiae ac Typis J. Streater.

Newton, I., 2011. *Matematyczne zasady filozofii przyrody* (J. Wawrzycki. Tłum.). Kraków – Rzeszów: Copernicus Center Press – Konsorcjum Akademickie.

Norton, J., 2007. Causation as folk science. *Causation, Physics, and the Constitution of Reality: Russells Republic Revisited*. Oxford: Oxford University Press, ss. 11–44.

Norton, J.D., 2008. The dome: an unexpectedly simple failure of determinism. *Philosophy of Science*, 75(5), ss. 786–798.

Poincaré, H., 1912. *Calcul des probabilitiés*. 2 éd., revue et augmentée par l'auteur. OCLC: 440694386. Paris: Gauthier-Villars.

Popescu, S. i Rohrlich, D., 1994. Quantum nonlocality as an axiom. *Foundations of Physics*, 24(3), ss. 379–385.

Popper, K.R., 1988. *The Open Universe: an Argument for Indeterminism*. Psychology Press.

Santha, M. i Vazirani, U.V., 1984. Generating quasi-random sequences from slightly-random sources. *Foundations of Computer Science 1984, 25th Annual Symposium on IEEE*, ss. 434–440.

Saunders, S., Barrett, J., Kent, A. i Wallace, D., red., 2010. *Many Worlds?: Everett, Quantum Theory, & Reality*. Oxford: Oxford University Press.

Shalm, L.K. i in., 2015. Strong loophole-free test of local realism. *Physical Review Letters*, 115(25), s. 250402.

Smoluchowski, M., 1918. Über den Begriff des Zufalls und den Ursprung der Wahrscheinlichkeitsgesetze in der Physik. *Die Naturwissenschaften*, 17, ss. 253–263.

Smoluchowski, M., 1923. O pojęciu przypadku i pochodzeniu praw fizyki opartych na prawdopodobieństwie. *Wiadomości Matematyczne*, XXVII, z. 2, ss. 27–52.

Smoluchowski, M., 2017. Uwagi o roli przypadku we fizyce. *Philosophical Problems in Science (Zagadnienia Filozoficzne w Nauce)* [Online], (62), ss. 277–302. Dostępne na: <http://zfn.edu.pl/index.php/zfn/article/view/403>.

Solèr, M.P., 1995. Characterization of Hilbert spaces by orthomodular spaces. *Communications in Algebra*, 23(1), ss. 219–243.

Stone, M.H., 1936. The theory of representation for Boolean algebras. *Transactions of the American Mathematical Society*, 40(1), ss. 37–111.

Tylec, T.I. i Kuś, M., 2015. Non-signaling boxes and quantum logics. *Journal of Physics A: Mathematical and Theoretical* [Online], 48(50), s. 505303. Dostępne na: https://doi.org/10.1088/1751-8113/48/50/505303 [ostatni dostęp: 22 września 2018].

Tylec, T.I. i Kuś, M., 2018. Ignorance is a bliss: mathematical structure of many-box models. *Journal of Mathematical Physics* [Online], 59(3), s. 032202. Dostępne na: https://doi.org/10.1063/1.5027205 [ostatni dostęp: 22 września 2018].

Weinan, E. i Vanden-Eijnden, E., 2003. A note on generalized flows. *Physica D: Nonlinear Phenomena*, 183(3–4), ss. 159–174.

Wüthrich, C., 2010. Can the world be shown to be indeterministic after all? W: Beisbart, C. i Hartmann, S. red. *Probabilities in Physics*. Oxford: Oxford University Press, ss. 365–389.

Zimba, J., 2008. Inertia and determinism. *The British Journal for the Philosophy of Science*, 59(3), ss. 417–428.

Zinkernagel, H., 2010. Causal fundamentalism in physics. W: Suárez, M., Dorato, M. i Rédei, M. red. *EPSA Philosophical Issues in the Sciences*. Dordrecht: Springer, ss. 311–322.