ZAGADNIENIA FILOZOFICZNE
W NAUCE
XXXVI (2005)

JESZCZE JEDEN SPÓR O ISTNIENIE

◇ Krzysztof Wójtowicz, *Spór o istnienie w matematyce*, Wyd. Naukowe Semper, Warszawa 2003, ss. 506.

Był już *Spór o istnienie świata* Ingardena, *Spór o istnienie człowieka* Tischnera, a teraz mamy *Spór o istnienie w matematyce* Krzysztofa Wójtowicza. Jest to niewątpliwie książka o dużym ciężarze gatunkowym; i to nie tylko z powodu swojej objętości. Spór o istnienie obiektów matematycznych jest niemal tak stary jak sama matematyka — w każdym razie matematyka jako nauka uprawiana w sposób mniej lub bardziej zorganizowany. Niewątpliwie jako adwersarzy w sporze należałoby wymienić Pitagorejczyków i Platona z jednej strony i Arystotelesa z drugiej. Ale Wójtowicz aż tak daleko nie sięga. I ma po temu słuszne powody. W ostatnich dekadach bowiem spór nabrał przyspieszenia i dość nieoczekiwanie — po latach powtarzania tych samych argumentów — po obu stronach przytoczono nowe ważkie racje. Ożywczym okazało się kwantyfikatorowe kryterium istnienia zaproponowane przez Quine'a i jego argument z niezbędności (matematyki w naukach przyrodniczych), a kij w mrowisko włożył Field przez swoją próbę wyeliminowania matematyki z fizyki. Dyskusja nie tylko nabrała przyspieszenia, ale stała się także bardziej fachowa. Wykorzystuje się w niej bogaty, i coraz bardziej rozwijany, aparat formalny filozofii matematyki (metamatematyki). Wprawdzie nie pozbawiło to sporu ogólnofilozoficznych, a także emocjonalnych, aspektów, ale niewątpliwie przyczyniło się do nadania jej bardziej naukowego charakteru.

Monografię Wójtowicza warto czytać przynajmniej z dwu powodów: Po pierwsze, daje ona obszerny, precyzyjny i krytyczny przegląd stanowisk w toczonym sporze. Nie jest to jednak przegląd typu historycznego, lecz rzeczywisty przegląd poglądów, argumentów i kontrargumentów, wraz z ich krytyczną oceną — „walka na argumenty" a nie na daty i nazwiska. Po drugie, w końcowej części książki autor proponuje własne stanowisko i je uzasadnia. Od początku książki Wójtowicz nie ukrywa swoich sympatii do argumentu z niezbędności Quine'a, ale dopiero w tej częsci dokładnie widać dlaczego Wójtowicz uwalnia kryterium istnienia Quine'a z jego ograniczenia do logiki pierwszego rzędu (zastępując tę logikę klasą logik stosowanych w abstrakcyjnej teorii modeli), co pozwala mu uogólnić argument z niezbędności, przybliżając tym samym jego formalną stylizację do naukowej praktyki zastosowania matematyki do fizyki.

O ile pierwszy powód jest ważniejszy dla filozofów nauki i filozofów przyrody, którzy chcieliby się zapoznać z najnowszymi prądami i dyskusjami w dziedzinie, która powinna ich interesować, o tyle drugi powód jest istotny dla tych wszystkich, którzy sami parają się podstawami matematyki lub zagadnieniem skuteczności matematyki w jej zastosowaniach. Stanowisko Quine'a można streścić następująco: „Jednostką sensu empirycznego jest cała teoria. Poszczególne zdania mają sens empiryczny tylko jako fragment pewnego systemu. [...] Obok przedmiotów obserwowalnych należy założyć także istnienie obiektów teoretycznych i matematycznych. Nie różnią się one sposobem istnienia, a jedynie własnościami. [...] Wskaźnikiem ontologii, który umożliwia stwierdzenie, istnienie jakiego typu przedmiotów postuluje dana teoria, jest kwantyfikator egzystencjalny. [...] Istnienie obiektów matematycznych uzasadnione jest w ten sam sposób, jak istnienie dowolnego typu obiektów postulowanych w ramach teorii empirycznych" (s. 42–43).

Field w swoim ataku na koncepcję Quine'a wymierzył w słaby punkt. Przede wszystkim przyznaje on, że argument Quine'a z niezbędności jest najważniejszym, w istocie — jedynym argumentem na poparcie poglądu realistycznego w filozofii matematyki. Rzecz jednak w tym, że — jego zdaniem — matematyka nie jest niezbęna w fizyce. Stanowisko Fielda wynika oczywiście z jego filozofii. „Field deklaruje się jako nominalista. Według niego, obiekty abstrakcyjne (w szczególności matematyczne) nie istnieją, teorie matematyczne zaś są pozbawione przedmiotowego odniesienia i stanowią jedynie użyteczne narzędzia — wygodne w użyciu fikcje. Zdania matematyczne nie wyrażają zatem prawd na temat rzeczywistości. Ich rola jest inna: matematyka jest jedynie narzędziem, bez którego konstrukcja teorii fizycznych byłaby trudniejsza i bardziej żmudna, ale jednak możliwa" (s. 48). Oczywiście, trzeba to udowodnić. W tym celu Field formułuje program przetłumaczenia teorii fizycznych na język jakościowy; w szczególności dokonuje takiego przekładu teorii grawitacji Newtona. „Strategia Fielda polega na zastąpieniu klasycznej wersji teorii fizycznej wersją jakościową — czyli taką, w której występują jedynie predykaty dotyczące relacji pomiędzy obiektami fizycznymi, nie występują natomiast terminy matematyczne" (s. 55). Realizacja tego planu wymaga mocnych założeń ontologicznych. Na przykład „Field przyjmuje tu stanowisko substantywizmu, w myśl którego punkty i obszary czasoprzestrzeni są oddziałującymi przyczynowo obiektami fizycznymi" (s. 55).

Koncepcja Fielda opiera się na następującej prawidłowości: Niech S będzie teorią matematyczną, a N — teorią fizyczną w wersji jakościowej (Field nazywa ją również wersją nominalistyczną). Otóż „w teorii N+S można udowodnić istnienie odpowiednich funkcji prowadzących ze zbioru obiektów konkretnych w zbiór obiektów abstrakcyjnych" (s. 59). Posługując się związkami pomiędzy tymi obiektami abstrakcyjnymi, można „imitować" rolę matematyki w teoriach fizycznych.

A więc rola matematyki w fizyce jest nietwórcza. To, co osiąga się przy pomocy matematyki, można osiągnąć bez niej. A zatem argument Quine'a z niezbędności upada.

Prace Fielda wywołały żywą reakcję; i to zarówno ze strony jego obrońców, jak i przeciwników. Jednym z najbardziej zdecydowanych zwolenników stanowiska Fielda jest jest Balaguer. Uważa on, że nawet gdyby się okazało, że matematyka jest niezbędna w fizyce (w co jednak sam nie wierzy), to i tak należałoby się opowiedzieć za antyrealizmem matematycznycm. Matematyka to nic innego, jak tylko zbiór fikcji. „Fakty matematyczne nie mają wpływu na funkcjonowanie świata, ale na nasz opis i rozumienie świata" (s. 90). Nie istnieją bowiem związki przyczynowe pomiędzy światem matematycznych obiektów a światem fizycznym.

Inny charakter ma koncepcja Chihary. Krytykuje on zarówno Quine'a, jak i Fielda, ale broni antyrealizmu matematycznego. Zdaniem Chihary niezbędność matematyki w teoriach naukowych nie jest argumentem za matematycznym realizmem. „[...] obiekty matematyczne nie istnieją. Zdania matematyki mają jednak wartość logiczną (tzn. mogą być w szczególności prawdziwe), gdyż odnoszą się do modalnych faktów lingwistycznych" (s. 196). Różnica między poglądami Chihary i Fielda sprowadza się do tego, że „Field przeformułowuje naukę, aby wyeliminować z niej egzystencjalne zdania matematyczne. Chihara przeformułowuje matematykę tak, aby uzasadnić tezę, że dotyczy ona możliwych wypowiedzi, a nie obiektów abstrakcyjnych" (s. 197).

Cel, jaki sobie postawił Hellman jest podobny do celów wyżej wspomnianych autorów — „chodzi o eliminację założeń ontologicznych dotyczących istnienia platońskiego królestwa obiektów matematycznych" (s. 200). Wybrał on jednak inną metodę. Pragnie zachować prawdziwość zdań matematycznych bez uznawania istnienia obiektów matematycznych. Jego zdaniem, „matematyka to swobodne badanie strukturalnych możliwości w ramach odpowiednich środków dedukcyjnych" (s. 201). Obiekty matematyczne są więc zastąpione strukturami, a ich istnienie — możliwością istnienia. Kierunek ten nazywa się strukturalizmem modalnym.

Spośród stanowisk realistycznych najbardziej znane, i najbardziej radykalne, jest platonistyczny pogląd Gödla. Wójtowicz omawia go dość obszernie i porównuje z realizmem matematycznym Quine'a. Autorką, która pragnęła uniknąć wad obu tych stanowisk, zachowując równocześnie realizm, jest Maddy. Gödlowi zarzuca ona niejasne pojęcie intuicji matematycznej, a Quine'owi to, że jego argument z niezbędności odwołuje się do kryteriów, znajdujących się poza samą matematyką. Chcąc wyjaśnić, w jaki sposób mamy dostęp poznawczy do świata obiektów matematycznych, odwołuje się do epistemologii naturalistycznej. Jej zdaniem, „zbiory są ufundowane na obiektach fizycznych, z których się składają i tworzone są „po prostu przez zwykłą percepcję zmysłową" (s. 301). Tego typu poznanie dotyczy tylko prostszych obiektów, natomiast „wyższe szczeble hierarchii mnogościowej" poznajemy „poprzez rozważania metateoretyczne, analizując ich rolę w matematyce" (tamże). Swoją koncepcję Maddy nazywa „platonizmem kompromisu", gdyż — jej zdaniem łączy ona w sobie zalety platonizmu Gödla z realistycznym podejściem Quine'a. Wójtowicz natomiast poglądy Maddy nazywa raczej fizykalizmem realistycznym.

Gdy chodzi o inwencję w wynajdywaniu określeń, na wyróżnienie zasługuje Balagner, który swoje poglądy określił mianem pełnokrwistego platonizmu (*full-blooded platonism* — Wójtowicz najwyraźniej wolał, żeby to określenie brzmiało bardziej naukowo i spolszczył je jako FBP–realizm). Sposób rozumowania Balagnera ma charakter warunkowy: jeżeli chcemy utrzymać stanowisko realistyczne, to musimy przyjąć FBP–realizm. Jak bowiem ludzie mogą uzyskiwać wiedzę o abstrakcyjnych przedmiotach istniejących poza czasem i przestrzenią. Gödel odwoływał się do swoistej intuicji Matematycznej, Maddy umieszczała obiekty matematyczne w czasoprzestrzeni i utrzymywała, że ich poznanie jest podobne do poznania zmysłowego. Dla Balagnera oba te stanowiska są nie do przyjęcia.

Field porównywał stanowisko realisty do sytuacji, w której wygłaszamy zdania na temat pewnej wioski w Nepalu, ale nigdy nie mieliśmy z tą wioską żadnego poznawczego kontaktu. Balagner zauważa, że sytuacja zmieniłaby się drastycznie, gdyby istniały wszystkie możliwe wioski. Wówczas realista miałby prawo twierdzić, że jego przekonania dotyczą *pewnej* wioski. „Skoro bowiem istnieją wszystkie możliwe, to istnieje w szczególności taka, o której żywione przez nas przekonania są prawdziwe. [...] Podobnie jak w wypadku możliwych wiosek, aby móc twierdzić, że dana teoria matematyczna opisuje pewną klasę obiektów matematycznych, wystarczyłoby wiedzieć, że teoria ta jest niesprzeczna" (s. 320). W matematyce bowiem to, co jest niesprzeczne, jest możliwe.

Pod adresem FBP–realisty Wójtowicz formułuje szereg pytań. Gödel utrzymuje, że universum matematyczne opisuje teoria mnogości, Quine — że wszystkie teorie matematyczne wykorzystywane w teoriach empirycznych. Co jednak wie FBP–realista na temat universum matematycznego? Twierdzenie, że „każda niesprzeczna teoria matematyczna ma swoją realizację w świecie matematycznym i tym samym dostarcza wiedzy dotyczącej tej właśnie realizacji" (s. 327) jest bardzo ogólnikowe. W jaki sposób FBP–realista może udzielić odpowiedzi na bardziej szczegółowe pytania?

Po dokładnej analizie tych (i wielu innych) zagadnień, Wójtowicz dochodzi do wniosku, „że koncepcja Balagnera (chociaż sama obarczona jest licznymi słabościami i nie jest możliwa do zaakceptowania) pełni rolę swoistego katalizatora dyskusji — i na tym polega jej główna wartość" (s. 317). Ponadto zasługuje ona na uwagę „ze względu na to, że w jawny sposób formułuje pewne intuicje związane z rozumieniem świata matematycznego jako świata nieograniczenie bogatego" (tamże). Świat bowiem wszystkich możliwości jest bowiem w oczywisty sposób nieskończenie bogaty.

Ten krytyczny pogląd różnych stanowisk w filozofii matematyki Wójtowicz kończy podsumowaniem: „W moim rankingu propozycje antyrealistyczne oceniam nisko — głównie ze względu na brak naturalnego wyjaśnienia faktu stosowalności matematyki oraz sztuczność i zbyt dużą siłę założeń, na jakich się opierają. Zdecydowanie wygrywają z nimi stanowiska realistyczne. Za najważniejszy argument, świadczący o tym, że matematyka jest nauką, a nie bajkopisarstwem, uważam bowiem fakt zastosowań matematyki. Świadczy on o tym, że matematyka wpisuje się w całość naszej wiedzy o świecie jako istotna, nieusuwalna część — właśnie jako *wiedza*, a nie zbiór konwencji intuicyjnych lub jako bajka" (s. 366). Pora więc na przedstawienie stanowiska samego Krzysztofa Wójtowicza.

W dotychczasowych rozważaniach Wójtowicz nie krył sympatii do argumentu z niezbędności Quine'a. Ale Quine stawia „dość restrykcyjne warunki": kanoniczną notację, pozwalającą na precyzyjną identyfikację zobowiązań ontologicznych, daje tylko język logiki elementarnej (tj. rachunku predykatów pierwszego rzędu). Jest to jeden z powodów, dla których Quine zdecydowanie opowiada się po stronie tezy, w myśl której to właśnie logika elementarna jest prawdziwą logiką" (s. 37). Jest to założenie bardzo silne i niezgodne z praktyką naukową. „Teorie naukowe formułowane są w postaci takiej, jaka jest najwygodniejsza, najbardziej operatywna i efektywna" (tamże), a wcale niekoniecznie w takiej postaci, którą da się przetłumaczyć na język logiki elementarnej. Należy zatem pod tym względem poprawić koncepcję Quine'a.

Jak więc rozszerzyć zakres logik, na których mogłaby się oprzeć koncepcja zobowiązań ontologicznych teorii matematyki? Wybór pada na klasę logik badanych w tzw. abstrakcyjnej teorii modeli (ATM). Zarówno uzasadnienie samego wyboru tej klasy logik, jak i potem przeprowadzane w oparciu o nie analizy mają charakter wysoce techniczny. W tym omówieniu ograniczę się tylko do najogólniejszych idei.

Najpierw rozpatrzmy logikę elementarną. Gdy ustalimy jej słownik, każde zdanie logiki elementarnej w tym słowniku definiuje klasę modeli. Klasę modeli definiowaną jednym zdaniem (ciągle w tym samym słowniku) nazywamy klasą elementarną. Treść takiego zdania możemy utożsamić z odpowiadającą mu klasą modeli. Tę strategię można rozciągnąć na wiele innych logik, np. na logikę z dodatkowym kwantyfikatorem, wyrażającym fakt, że istnieje co najmniej nieskończenie wiele (lub w innej logice: przeliczalnie wiele) obiektów. Oczywiście logiki te mają różne składnie. Jeżeli zgodzimy się z tym, że teorią zdania jest klasa jego modeli, to możemy porównywać logiki przez porównywanie ich klas elementarnych, tzn. definiowanych pojedynczym zdaniem danej logiki L. Zdań, jako obiektów językowych, nie można porównywać ze sobą, natomiast można porównywać ze sobą klasy modeli. Struktura klas elementarnych dla danej logiki L (czyli strauktura klas L–elementarnych) wyznacza tę logikę. Można tę prawidłowość odwrócić i zapytać: jakie warunki muszą spełniać klasy L–elementarne, aby można było uznać, że klasy te wyznaczają logikę L? Odpowiedź na to pytanie wyznacza pewną, abstrakcyjną logikę. I właśnie tak określone logiki stanowią podstawę koncepcji Wójtowicza.

Punktem wyjścia dla tej koncepcji jest kryterium Quine'a, zgodnie z którym predykat istnienia wyraża się przez kwantyfikator. „Tym samym naturalnym będzie poszukiwanie takich uogólnień pojęcia zobowiązania ontologicznego, które będą zachowywać ten sposób wyrażania istnienia. Szeroką klasę takich logik mamy do dyspozycji właśnie w wypadku logik badanych w ramach ATM...” (s. 390).

Ujęcie Wójtowicza w terminach ATM jest ujęciem czysto semantycznym, co jest o tyle naturalne, że sam problem zobowiązań ontologicznych stanowi problem *par excellence* semantyczny. Ujęcie to ma jeszcze inne zalety: „obejmuje wszystkie naturalne logiki (jak np. logiki z dodatkowymi kwantyfikatorami), ujmując w jednolity sposób to, co jest dla nich wspólne. Jenocześnie nie ogranicza się z góry do kilku wskazanych *explicite* logik, ale pozwala na zbadanie ich szerszego spektrum” (tamże).

Wedle Wójtowicza, realizm matematyczny może przybierać dwie wersje: realizmu obiektywnego — gdy twierdzi się, że byty matematyczne są „samodzielnymi obiektami”, lub realizmu strukturalistycznego — gdy twierdzi się, że byty matematyczne są „jedynie miejscami w samodzielnej strukturze” (s. 417). Rodzi się więc pytanie, którą z wersji realizmu wyróżnia lub wspiera argument z niezbędności oparty na logikach ATM. Pytanie to Wójtowicz analizuje, z właściwą sobie dokładnością aż na 33 stronach swojej książki. Swoje drobiazgowe analizy kończy stwierdzeniem: „Dyskusje między konkurencyjnymi stanowiskami filozoficznymi rzadko bywają konkluzywne. [...] Tak jest też w wypadku sporu między strukturalizmem obiektowym — każde z tych stanowisk ma pewne zalety i wady, każde pozwala na wyjaśnienie pewnych trudności, ale zarazem prowadzi do innych. Różnice pomiędzy tymi stanowiskami są przy tym — do pewnego stopnia — różnicami w sposobie mówienia. Sympatyzuję ze stanowiskiem realizmu obiektowego, ze względu na trudności precyzyjnego sformułowania stanowiska strukturalistycznego i ze względu na jego ontologiczną nieoszczędność” (s. 450).

Piszący te słowa sympatyzuje — przeciwnie — ze stanowiskiem strukturalistycznym. Myślę, że ta różnica między nami wynika, przynajmniej częściowo, z faktu, że autor *Sporu o istnienie w matematyce* w prezentacji poglądów strukturalistycznych zbytnio skupił się na propozycji Shapiro, w którą istotnie trafiają jego zarzuty. Po dokładniejsze przedstawienie moich poglądów odsyłam Czytelnika do artykułu, którego jestem współautorem (M. Heller, J. Mączka, „Strukturalizm w filozofii matematyki, *Kwartalnik Filozoficzny* 22 (z. 2), 2004, 5–22).

W ostatnim rozdziale książki autor podejmuje pewien szczegółowy, ale ważny, problem. Jeżeli mówimy o argumencie z niezbędności matematyki, to prędzej czy później musi pojawić się pytanie o matematykę stosowaną, czyli o to, jak w praktyce stosuje się matematykę do nauk empirycznych. Oczywiście, w książce takiej jak ta pytanie to musi pojawić się w silnej stylizacji filozoficznej. Autor mianowicie, wychodząc od analizy roli, jaką odgrywa matematyka w naukach empirycznych, usiłuje „zidentyfikować możliwie najszczuplejszą bazę ontologiczną dla matematyki stosowanej" (s. 480). Rozumowanie więc przebiega „pod prąd": naajpierw wyróżnia się konkretny „kawałek matematyki" zastosowany w danej teorii empirycznej, potem ustala się założenia aksjomatyczne, z jakich ten „kawałek matematyki" się wywodzi, by wreszcie założenia te poddać interpretacji ontologicznej. W analizie środkowego etapu tej strategii autor wykorzystuje program tzw. matematyki odwrotnej. Podstawowe zadanie tego programu sprowadza się do pytania: Jaki jest najsłabszy podsystem pewnego systemu formalnego S, w którym można udowodnić dane twierdzenie matematyczne. Jako system S autor wybiera arytmetykę drugiego rzędu Z2, będąc jednak świadom tego, że jednak najprawdopodobniej całej matematyki stosowanej (tym bardziej jeśli weźmie się pod uwagę nieostrość tego pojęcia) nie da się zrekonstruować w Z2.

Wprawdzie analizy tego rozdziału nie doprowadziły do konkluzywnych wniosków, samo postawienie problemu matematyki stosowanej uważam za krok doniosły. Zbyt często bowiem filozofowie, rozważając zagadnienie związane z naukami, uciekają w krainy abstrakcji bardzo oddalone od naukowej praktyki.

Jedną z bardzo istotnych cech ścisłego rozumowania jest dostrzeganie w nim tych miejsc, w których wciskają się do niego pozalogiczne elementy. Tego rodzaju spostrzegawczość jest rzeczą trudną. Stopień trudności znacznie wzrasta, gdy nie są to „miejsca" lecz raczej „podkład", na którym całe rozumowanie się opiera. Wójtowicz nazywa to „teorią tła" i tropi jej wkład nie tylko w koncepcjach, z którymi polemizuje, lecz również w tych, do których się przyznaje. W bliskim mu stanowisku realistycznym rolę tła ideologicznego dostrzega przede wszystkim w „zależności opisu ontologii od siły wyrażeniowej używając środków semantycznych” (s. 490). Oryginalne kryterium Quine’a jest bardzo retrysktywne, zostało bowiem sformułowane tylko dla logiki elementarnej. To ograniczenie można rozluźnić, co pozwala na eliminację zobowiązań ontologicznych w odniesieniu do niektórych typów obiektów matematycznych (np. zbiorów lub relacji). „Fakt ten wymusza podjęcie decyzji o jawnie ideologicznym charakterze, dotyczącym określenia swoistej linii demarkacyjnej pomiędzy zdaniami zobowiązującymi się do obiektów wyższych rzędów a zdaniami, które takich zobowiązań ze sobą nie niosą” (tamże). Co więcej, Wójtowicz przyznaje, że „także ocena poszczególnych programów — zarówno antyrealistycznych, jak i realistycznych — uzależniona jest od przyjęcia określonych założeń ideologicznych” (tamże). Chociażby już ten fakt sprawia, że problem postawiony w książce nie został zamknięty.

Ale został poddany wszechstronnej i krytycznej analizie. Do tego stopnia, że każdemu, kto do tego zagadnienia powróci a książkę tę pominie, będzie można wytknąć grzech poważnego zaniedbania. I dlatego pozycja ta, pomimo swojej objętości, powinna jak najrychlej zostać przetłumaczona na język angielski. Żeby się nie powtórzyła historia ze Szkołą Lwowsko-Warszawską — dopiero po pół wieku filozofowie obcojęzyczni mogli się przekonać, że u nas już dawno było to, co oni dopiero teraz odkrywają.

Michał Heller

LOGIKA NIEDOGMATYCZNA

◇ Ryszard Wójcicki, *Wykłady z logiki z elementami teorii wiedzy*, Scholar, Warszawa 2003, ss. 296.

Bardzo często studenci uczęszczający na podstawowy kurs logiki zamiast zainteresowania przedmiotem usilnie poszukują odpowiedzi na pytanie o cel uczenia się prezentowanego tam materiału. Brak odpowiedzi na nie, negatywnie wpływa na stosunek do logiki, zaś próby odpowiedzi — o ile są czynione — giną wśród zniechęcającej abstrakcji przedmiotu. Warto więc zastanowić się nad tym, jaki jest cel nauczania logiki. Sądzę, choć jest to opinia niezbyt oryginalna a także dość kontrowersyjna, że ma ono dwa — choć nie pozostające bez związku, to jednak odmienne