Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XLII (2008), 52–67

Dominika Domaciuk
Lublin

ZASADY WARIACYJNE A ICH TELEOLOGICZNA INTERPRETACJA

1. Wstęp

Zasady wariacyjne, które pojawiły się w XVIII w., wzbudziły od razu duże zaciekawienie. Max Laue w *Historii Fizyki* pisał, że stało się tak w dużej mierze za sprawą teleologicznej interpretacji zasad całkowych. Taka interpretacja dała nadzieję, że możliwe jest zajrzenie do planu Stwórcy, który tak urządził świat, by pewne wielkości — występujące w owych zasadach — przybierały wartości najmniejsze[1]. Swój udział w tym miała również koncepcja Leibniza, mówiąca, że nasz świat jest „najlepszy z możliwych", czyli ze wszystkich światów, które mogły by być stworzone, jest tym, który oprócz nieuniknionego zła zawiera najwięcej dobra. Stwierdzenie to możemy uznać za pewną zasadę wariacyjną opartą na metafizycznej przesłance: oto mając zadane warunki, jakimi są tu pewne ilości dobra i zła, świat rozwija się w taki sposób, aby spełniona była zasada minimum zła[2].

Tradycja takiego sposobu myślenia miała swój początek jeszcze w starożytności. Kulistość Ziemi i okrężne tory planet były dla Platona dowodem na to, że w świecie panują kształty najprostsze i najdoskonalsze. Odkryte własności przyrody wydawały się zrozumiałe tylko po

[1]Por. M. Laue, *Historia fizyki*, (tłum. A. Teske), PWN, Warszawa 1957, ss. 35–37.
[2]Por. M. Planck, *Nowe drogi poznania fizycznego a filozofia*, (tłum. K. Napiórkowski), Wydawnictwo Instytutu Filozofii i Socjologii PAN, Warszawa 2003, ss. 79–81.

przyjęciu, że jest ona zbudowana celowo. Tak więc Platon wprowadził do filozofii boskiego architekta, któremu przyświecał pewien cel: doskonałość budowli. Demiurg, mając za wzór idee, urządził świat tak, aby uczynić go możliwie najlepszym[3]. Za finalizmem opowiadali się również jego następcy[4], chociaż poglądy na ten temat podlegały różnym zmianom. Arystoteles uważał, że zasadniczą własnością przyrody jest prawidłowość i stały kierunek rozwoju, który można wyjaśnić przez przyjęcie określonego celu. Stoicyzm zrozumiał celowość jako naturalną własność materii, natomiast św. Tomasz z Akwinu był przekonany, że świat rozwija się celowo według planu boskiego. Organiczną budowę świata głoszono w dobie Odrodzenia i Romantyzmu. Więc, mimo krytyki ze strony m.in. Galileusza, Spinozy i Newtona, w czasach nowożytnych odwołanie do celowości świata było nadal częstym sposobem wyjaśniania zjawisk. Na wzór działań człowieka, procesy zachodzące w świecie tłumaczono odwołując się do metafizyki.

Oczywiście jeszcze na początku XIX w. mieszanie języka naukowego z filozoficznym nie było uważane za coś negatywnego[5]. Dopiero tworzyła się metodologia, która jest uznawana współcześnie przez naukowców. W jej świetle można powiedzieć, że największe sukcesy fizyki były możliwe dzięki świadomemu odrzuceniu wszelkich teleologicznych sposobów myślenia[6]. Dlatego fizycy sprzeciwiają się próbom mieszania praw fizycznych z teleologicznymi punktami widzenia[7]. Tymczasem wydaje się, że nie wszyscy filozofowie nauki są przekonani o tym, że praw fizycznych nie można uznawać za prawa celowościowe. Powstaje więc naturalne pytanie: skąd taka interpretacja,

---

[3]Por. W. Tatarkiewicz, *Historia Filozofii*, PWN, Warszawa 1978, t. I, ss. 92, 112–113, 131–132, 277.

[4]Przytaczam tu jedynie najważniejsze poglądy filozoficzne związane bezpośrednio z tematem artykułu.

[5]Jeszcze Lagrange krytykował Laplace'a za słowa, że „hipoteza Boga była mu zbędna w wyjaśnianiu systemu świata".

[6]Por. M. Planck, dz. cyt., s. 82.

[7]Inaczej jest w biologii — tam dyskusja toczy się na wielu płaszczyznach, nie tylko na metodologicznej, ale również epistemologicznej i ontycznej.

która w żaden sposób nie może być przyjęta na gruncie metodologii fizyki?

W naukach przyrodniczych celowość może być ujmowana w co najmniej trzech aspektach. W aspekcie semantycznym problem dotyczy języka używanego do opisu zjawisk, wskazującego pośrednio lub bezpośrednio na realizowane w przyrodzie cele[8]. Ale nie zapominajmy, że językiem fizyki jest matematyka. Zgodnie z tym, analizie należy poddać równanie matematyczne wraz z jego słownym objaśnieniem. Zgadzamy się, z tym, że interpretacja filozoficzna zasad mechaniki może być ciekawa poznawczo, ale pod warunkiem, że dokonamy wnikliwej analizy rachunku wariacyjnego oraz modeli fizycznych, które są na nim oparte. Natomiast pobieżne potraktowanie zasad wariacyjnych prowadzi właśnie do takich nieporozumień, jak akcentowanie związku całkowych zasad z teleologicznym sposobem myślenia.

Naszą intencją będzie pokazanie, że związek ten jest tylko pozorny. Zasadnicza część artykułu poświęcona jest całkowym zasadom wariacyjnym. Na początku krótko przedstawimy podstawowe różnice między zasadami różniczkowymi a całkowymi, zaś potem opiszemy historię kolejnych sformułowań zasad całkowych i omówimy zasadę Hamiltona. Na koniec wykażemy, dlaczego naszym zdaniem interpretacja teleologiczna całkowych zasad wariacyjnych jest bezzasadna.

Pragniemy w tym miejscu podziękować Prof. Wiesławowi A. Kamińskiemu za merytoryczną pomoc w realizacji tematu badawczego, do którego odnosi się ten artykuł. Szczególne podziękowania należą się dr hab. Markowi Szydłowskiemu za cierpliwość w czytaniu tej pracy i liczne, cenne uwagi.

2. RÓŻNICZKOWE ZASADY I PRAWA RUCHU

Zasady nazywamy różniczkowymi, ponieważ możemy z nich wyprowadzić prawa ruchu w postaci układu równań różniczkowych. Do

[8]Por. S. Mazierski, „Celowość w naukach przyrodniczych”, [w:] *Encyklopedia Katolicka*, Lublin 1976, t. II, ss. 1410–1411.

wariacyjnych zasad mechaniki klasycznej należą: zasada przesunięć wirtualnych Bernoulliego, zasada d'Alemberta, zasada Jourdana, zasada najmniejszego przymusu Gaussa oraz zasada najprostszego toru Hertza. Pierwsza z tych zasad odnosi się do statyki, kolejne dotyczą dynamiki układu. Dla przykładu podamy zasadę d'Alemberta dla układu n punktów materialnych z więzami, będących w ruchu:

$$\sum_{i=1}^{n}[(\mathbf{X}_i - m_i\ddot{\mathbf{x}}_i)\ \delta\mathbf{x}_i] = 0,$$

gdzie i oznacza numer punku materialnego ($i = 1, 2, 3, \ldots, n$). W powyższym równaniu $\mathbf{X}_i$ wyraża siły zewnętrzne i wewnętrzne, $m_i\ddot{\mathbf{x}}_i$ — siły d'Alemberta natomiast $\delta\mathbf{x}_i$ — przesunięcia wirtualne. Zasada ta opiera się na porównaniu pewnego stanu mechanicznego ze stanami sąsiednimi, które otrzymuje się z pierwotnego przez przesunięcia wirtualne. Widzimy, że praca sił zewnętrznych i wewnętrznych oraz sił d'Alemberta na przesunięciach wirtualnych musi być równa zeru. Można z tej postaci szybko wyprowadzić równania ruchu punktu materialnego. Z tej zasady otrzymuje się łatwo pokrewne zasady: zasadę Jourdana oraz zasadę Gaussa. Nie będziemy jednak dokładnie omawiać każdej z tych zasad. Istotne natomiast jest stwierdzenie, że zależnie od charakteru problemu fizycznego, z którym mamy do czynienia możemy stosować różne zasady, które w szczególnych przypadkach sprowadzają się do równań Newtona.

Chcielibyśmy podkreślić, że zasady te nie zawierają wypowiedzi co do przebiegu ruchu na dłuższym odcinku toru — charakterystyczną cechę rzeczywistego ruchu umieszczają one we własności ruchu, mającej sens w określonej chwili. Zwykle zależność funkcyjną interpretuje się jako wyraz związku przyczynowego. Różniczkowe prawo ruchu Newtona wiąże ze sobą bezpośrednio siłę (czyli przyczynę ruchu) ze zmianą ruchu wywołaną tą przyczyną (czyli przyśpieszeniem): w każdym infinitezymalnym przedziale czasu działa na punkt materialny siła, która powoduje zmianę wektorów prędkości oraz przemieszczenia[9]. Proszę zwrócić uwagę, że jest w tym jakby zakodowana **przyczynowość**: ruch na dłuższych odcinkach drogi jest budowany z ciągu przyczyn i skutków określających położenie ciała na odcinkach „nieskończenie" krótkich.

Wszystkie wymienione zasady posiadają taką nieprzyjemną własność, że do ich sformułowania konieczne jest uwzględnienie szczególnych współrzędnych punktowych rozważanego układu mas. W ogólności zależnie od wyboru współrzędnych punktowych otrzymujemy więc zupełnie różne ich postaci. Aby uwolnić się od konieczności użycia szczególnych współrzędnych punktowych, możemy sformułować zasadę, która z góry rozważa pewien przedział czasu. Takie rozumowanie prowadzi nas do wariacyjnych zasad całkowych, które orzekają, że rzeczywisty ruch wyróżnia się spośród wszystkich ruchów wirtualnych tym, że dla dowolnej dopuszczalnej wariacji znika pewna całka po czasie.

3. SFORMUŁOWANIE ZASAD CAŁKOWYCH

3.1. ZASADA FERMATA

Najstarszą zasadą wariacyjną w fizyce jest zasada Fermata, chociaż jej wariacyjny charakter nie został jednak od razu dostrzeżony[10]. Fermat twierdził, że sygnał świetlny biegnie z pierwszego punktu do drugiego po najszybszej trasie niezależnie od tego jak złożone prze-

[9] Z II zasady dynamiki wyznaczamy przyspieszenie $\mathbf{a}$, z którym porusza się to ciało w chwili t. Po upływie „nieskończenie" małego odstęp czasu Δt prędkość ciała zmieni się o $\mathbf{a}\cdot\Delta t$, a położenie o $\mathbf{v}\cdot\Delta t+\mathbf{a}(\Delta t)^2/2$. W ten sposób wyznaczyliśmy stan naszego obiektu w „nieskończenie bliskiej" chwili. Całe postępowanie możemy powtórzyć wiele razy i w rezultacie obliczyć potrzebne dane dla dowolnego czasu. Stąd pochodzi pojęcie determinizmu infinitezymalnego, który obowiązuje w mechanice klasycznej.

[10] Fermat sformułował ją w 1662 r. jeszcze przed stworzeniem falowej teorii światła, opierając się na prawie załamania światła Snelliusa. Ale także wcześniej, już w starożytności, Heron z Aleksandrii dowodził, że w ruchu promienia światła kąt padania jest równy kątowi odbicia, opierając się na tym, że promień światła powinien iść drogą najkrótszą. Por. *Historia matematyki*, [red.] A.P. Juszkiewicz, t. 3, *Matematyka XVIII stulecia*, (tłum. S. Dobrzycki), PWN, Warszawa 1977, s. 499.

szkody spotyka w polu optycznym. Jeżeli promień świetlny napotyka na swojej drodze ośrodki o większej gęstości (np.: woda, szkło), w których porusza się wolniej, to odpowiednio zakrzywia swój tor tak, aby dłuższe odcinki pokonać w powietrzu.

3.2. ZASADA MAUPERTUIS

Opierając się na zasadzie Fermata, Moreau de Maupertuis (1744) jako pierwszy próbował sformułować zasadę najmniejszego działania. Jednak zrobił to w sposób nie przekonujący i mglisty, a w dodatku został oskarżony o plagiat[11]. Ciekawe może wydawać się jego przekonanie o wewnętrznym powiązaniu sił przyrody z panowaniem najwyższej Inteligencji. Wierzył, że przyroda ma z góry określony cel, do którego bóstwo dąży wybierając najprostsze drogi i przy pomocy najprostszych środków[12]. Chociaż do poszukiwania zasady minimum doprowadziły go pewne metafizyczne przekonania, to nie potrafił sam nadać jej eleganckiej, formalnej postaci. Zajęli się tym dopiero matematycy: Euler i Lagrange[13].

Zasada znana dziś jako zasada najmniejszego działania z wariacją czasu[14] porównuje ruch rzeczywisty z ruchami porównawczymi w różnych chwilach czasu. Przemieszczenia wirtualne muszą spełniać zasadę zachowania, chociaż mogą zająć dowolny czas. Spośród wszystkich ruchów przenoszących układ punktów materialnych przy stałej energii całkowitej z określonego położenia początkowego do określonego położenia końcowego, rzeczywisty ruch minimalizuje pewną wartość. Na przykład dla pojedynczego punktu materialnego, który nie jest poddany działaniu siły zewnętrznej, torem ruchu będzie krzywa,

---

[11]Ponoć sformułowanie tej zasady znaleziono w pewnym liście Leibniza.

[12]Por. M. Planck, dz. cyt., ss. 83–84.

[13]Euler podał znacznie lepsze sformułowanie zasady Maupertuis wraz z dowodem (1744) dla przypadku ruchu punktu materialnego w polu sił centralnych i zachęcił do pracy nad tym problemem Lagrange'a. Ten w 1761 r. przeprowadził dowód w wypadku ogólnym.

[14]Spotyka się też inne nazwy tej zasady: Maupertuis-Eulera-Lagrange'a albo po prostu Maupertuis.

na której przy stałej prędkości osiągnie on cel w najkrótszym czasie — w przypadku swobodnego punktu torem będzie więc linia o najmniejszej długości, czyli prosta. Zaletą tej zasady jest możliwość sformułowania zagadnienia wariacyjnego także dla sił niepotencjalnych.

3.3. ZASADA HAMILTONA

Przeszkodą w sformułowaniu zasady najmniejszego działania był brak pojęcia potencjału. Bardzo dobrą jej postać wyprowadził w 1834 r. irlandzki uczony — William Rowan Hamilton. Porównywane w jego zasadzie ruchy wirtualne nie muszą mieć stałej energii całkowitej, a zamiast tego muszą przebiegać w tym samym czasie. W zastosowaniu do podanego wyżej przykładu zasada ta daje nam jako tor ruchu swobodnej cząstki, tę z wszystkich możliwych krzywych, na której punkt w określonym czasie osiąga cel z najmniejszą prędkością — oczywiście również linię prostą.

Przypatrzmy się teraz dokładniej matematycznemu sformułowaniu. Każdy układ mechaniczny, znajdujący się w polu sił zachowawczych, jest scharakteryzowany przez określoną funkcję Lagrange'a $L(x, \dot{x}, t)$, która wyraża różnicę między energią kinetyczną a potencjalną układu. Aby lepiej zrozumieć elegancję tego zapisu, rozważmy pewien przykład. Załóżmy, że cząstka o masie m porusza się w polu sił zachowawczych. Energia kinetyczna cząstki wyraża się przez: $T = \frac{m}{2}(\sum_{i=i}^{3} \dot{x}_i^2)$, potencjał kinetyczny: $L = T - V$, a równanie Lagrange'a daje nam: $-\frac{\partial V}{\partial x_i} - \frac{d}{dt}(m\dot{x}_i) = 0$. Ponieważ $-\frac{\partial V}{\partial x_i}$ jest składową siły, działającą wzdłuż osi x_i, równanie to po prostu przechodzi w równanie Newtona $X_i - m\ddot{x}_i = 0$, czyli w postaci wektorowej $\mathbf{F} - m\mathbf{a} = \mathbf{0}$.

Teraz, dla uproszczenia, zapiszemy funkcję Lagrange'a we współrzędnych uogólnionych[15]: $L(q, \dot{q}, t)$. Jeżeli scałkujemy potencjał kine-

[15]Dla uproszczenia zbiór wszystkich współrzędnych $q_1, q_2, \ldots, q_n$ będziemy teraz oznaczać symbolem q, zaś zbiór wszystkich prędkości symbolem $\dot{q}$. Funkcja L zależy tylko od q i $\dot{q}$, nie zależy natomiast od wyższych pochodnych q. Jest to formalnym odpowiednikiem stwierdzenia, ze stan układu jest określony całkowicie przez współrzędne i prędkości. Równania Lagrange'a II rodzaju mają wiele zalet. Po pierwsze, wyrażają się we współrzędnych uogólnionych, co umożliwia wybór współrzędnych

tyczny po czasie pomiędzy dwiema chwilami t_1 i $t2$, w których układ ma ustalone położenia $q(t_1), q(t_2)$, to otrzymamy pewną wielkość S, zwaną działaniem:

$$S = \int_{t_1}^{t_2} L(q, \dot{q}, t)\, dt.$$

Wtedy, między tymi położeniami, układ porusza się tak, aby działanie przyjmowało stacjonarną wartość. Jeżeli będziemy rozważać wszystkie możliwe trajektorie i policzymy dla każdej z nich działanie, to okaże się, że rzeczywisty tor układu jest zawsze wyznaczony przez funkcję, na której działanie ma ekstremum[16]. Wiemy, że małe liniowe odchylenie od tej trajektorii powodowałoby kwadratową (lub szybciej zbieżną do zera) zmianę działania. Odchylenie takie nazywamy wariacją; mówimy więc, że na trajektorii klasycznej znika wariacja działania. Z rachunku wariacyjnego wiemy, że S ma ekstremum, wtedy, gdy:

$$\frac{\partial L}{\partial q} - \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}}\right) = 0,$$

czyli gdy spełnione jest równanie Lagrange'a.

Pojęcie działania można wprowadzić jedynie dla układów, w których działają siły konserwatywne; wtedy z zasady Hamiltona wynikają równania ruchu. Można też, odwrotnie, otrzymać tę zasadę z zasady d'Alemberta — obie są równoważnymi sformułowaniami praw mechaniki, jeżeli istnieje potencjał kinetyczny[17]. Wiemy jednak, że na po-

dostosowanych do charakteru poszczególnych zagadnień. Ponieważ liczba użytych współrzędnych nie jest większa niż liczba stopni swobody zagadnienia — odpadają nam równania więzów. Wiąże się to z tym, że wszystkie współrzędne są od siebie jawnie niezależne, istnieje tylko zależność od czasu. Kolejną zaletą tych równań jest to, że są oderwane od specjalnego charakteru poszczególnych zagadnień fizycznych i dlatego są bardzo ogólne. Ich zakres nie ogranicza się do układów punktów materialnych; przyjmując odpowiednie warunki możemy je zastosować do szerokiej klasy zjawisk.

[16] Zauważmy, że nasza zasada nosi swoją nazwę z powodów historycznych, w rzeczywistości jest zasadą stacjonarnego działania, niekoniecznie minimalnego.

[17] Hamilton podał tę zasadę tylko dla układów poddanych więzom skleronomiczno-holonomicznych i w takiej formie jest słuszna tylko wtedy, gdy istnieje potencjał

ziomie mikroskopowym wszystkie układy są zachowawcze[18]. Dlatego poza mechaniką klasyczną opis dynamiki za pomocą działania jest daleko ogólniejszy i ma szersze zastosowanie niż równania Newtona. Widać to szczególnie w teoriach fundamentalnych — teorii grawitacji, mechanice kwantowej, kwantowej teorii pola, a także w teoriach strun.

3.4. ZASADA JACOBIEGO

W oparciu o zasadę Maupertuis można podać jeszcze inną zasadę wariacyjną — zasadę Jacobiego, która pozwala na wyznaczenie toru punktu materialnego bez badania ruchu, a więc czasowej zależności położenia tego punktu w określonym miejscu na torze:

$$\delta \int_{s_0}^{s_1} \sqrt{E - V}\, ds = 0,$$

gdzie $\delta q(s_0) = \delta q(s_1) = 0$. Jest to trzecie z najczęściej używanych sformułowań zasady najmniejszego działania w fizyce klasycznej.

Rozważmy teraz szczególny przypadek, gdy punkt materialny, na który nie działa żadna, siła porusza się po zadanej powierzchni niezależnej od czasu (przyjmujemy zatem, że potencjał $V = 0$, a E jest pewną stałą). Zasada ta określi wtedy ruch punktu swobodnego, co pozwoli nam znaleźć linie geodezyjne na danej powierzchni (przypomnijmy, że łuk krzywej geodezyjnej łączącej dwa dostatecznie bliskie punkty na danej powierzchni jest najkrótszą linią na tej powierzchni łączącą rozważane punkty). Liniami geodezyjnymi nazwiemy wszystkie krzywe spełniające warunek: $\delta \int_{s_0}^{s_1} ds = 0$, gdzie $\delta q(s_0) = \delta q(s_1) = 0$.

---

kinetyczny. Nie jest jednak konieczne, by siły miały potencjał w zwykłym sensie, a tym bardziej, by był on zależny od czasu. Na układy o więzach reonomicznych zasadę tę uogólnił Michaił Vasilevič Ostrogradski (1848).

[18]Prawa Newtona obejmują także siły niezachowawcze, takie jak tarcie. Siły te pojawiają się jednak tylko w opisie makroskopowym, wtedy gdy nie chcemy lub nie możemy szczegółowo badać procesów zachodzących na poziomie atomowym, np. hamowanie kulki toczącej się po stole (opisywane jako tarcie) możemy wyjaśnić przez zamianę energii kinetycznej kulki na energię kinetyczną ruchów cieplnych stołu i kulki.

Nie trudno zauważyć jej podobieństwo do zasady Fermata, która jest ogólnym sformułowaniem praw optyki geometrycznej. Jak było już wspomniane, promień świetlny porusza się tak, aby długość jego drogi optycznej była możliwie najmniejsza. Przez długość drogi optycznej rozumiemy tu iloczyn drogi (w sensie geometrycznym) przez współczynnik załamania n danego ośrodka względem danego ustalonego ośrodka jednorodnego (np. względem próżni). Żądanie, aby droga promienia przybierała minimalną wartość w porównaniu z wszystkimi drogami zaczynającymi się i kończącymi w tym samym punkcie, sprowadza się do warunku: $\delta \int_{s_0}^{s_1} n\, ds = 0$, gdzie n jest współczynnikiem załamania światła w danym ośrodku. Jak widzimy, wystarczy wyrażenie $\sqrt{E - V}$ zinterpretować jako „współczynnik załamania" dla układu mechanicznego, aby zasada Jacobiego przyjęła taką samą postać jak zasada Fermata. Identyczność powyższa stała się punktem wyjścia tzw. analogii Hamiltona między mechaniką klasyczną a optyką geometryczną. Okazało się to niezwykle ważne dla rozwoju fizyki współczesnej.

Wszystkie wymienione całkowe zasady wariacyjne dają nam w każdym przypadku właśnie tyle równań, ile jest niezależnych współrzędnych. Wybierają spośród wszystkich (zgodnych z zadanymi warunkami) ruchów wirtualnych jeden ruch, który w rzeczywistości ma miejsce, na podstawie pewnej jego szczególnej cechy[19]. Otóż, dla dowolnej nieskończenie małej wariacji rzeczywistego ruchu, zgodnej z zadanymi warunkami, pewna wielkość charakterystyczna dla wariacji przyjmuje wartość zero. Z tego warunku otrzymuje się osobne równanie dla każdej zmiennej niezależnej. Chociaż w sformułowaniu tym nie ma ani sił, ani przyśpieszeń, jest ono prawie równoważne opisowi ruchu za pomocą równań Newtona. Różnica dotyczy sposobu określenia ruchu: w równaniach różniczkowym podajemy początkowe położenie i początkową prędkość danego punktu materialnego, a w zasadzie najmniejszego działania — punkt początkowy i końcowy.

[19] Por. M. Planck, dz. cyt., s. 80.

4. KRYTYKA TELEOLOGICZNEJ INTERPRETACJI ZASAD CAŁKOWYCH

4.1. ZWIĄZEK MIĘDZY PRAWEM CAŁKOWYM I RÓŻNICZKOWYM

Szczególnie ważne okazuje się porównanie rachunku różniczkowego z metodami wariacyjnymi. Całkowe zasady wariacyjne charakteryzują ruch w całym skończonym przedziale czasu, żądając, by pewne całki po rozpatrywanym przedziale czasowym miały dla ruchu rzeczywistego ekstrema (najczęściej minima). Porównują więc szereg ruchów możliwych i określają warunki, które muszą być spełnione przez ruch rzeczywisty.

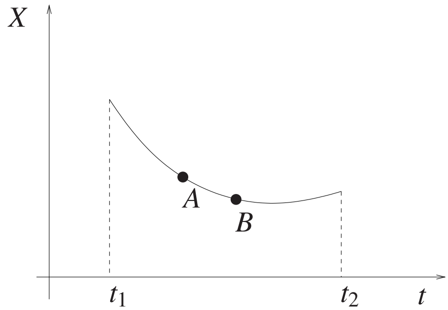
Niektórzy autorzy wyciągają wniosek, że tutaj przyszłość ma swój udział w kształtowaniu się teraźniejszości, gdyż „promień świetlny porusza się tak jak gdyby wiedział, że taka droga pozwoli na najszybsze dotarcie do punktu celu”. Taka interpretacja teleologiczna prowadzi do pytania: w jaki sposób punkt materialny, wyruszając ze swego początkowego położenia, wybiera łuk, na którym pewna wielkość osiąga minimum?

Aby lepiej rozumieć tę zasadę możemy powiedzieć, że „promień porusza się tak, aby jak najszybciej dotrzeć do punktu celu”. Ale nie wolno zapominać, że jest to tylko uproszczony, słowny zapis konsekwencji płynących z pewnych równań fizycznych. Tymczasem, aby odrzucić interpretację teleologiczną jako błędną, wystarczy podać pewne jakościowe wyjaśnienie związku między prawem całkowym i różniczkowym.

Dla przykładu rozważymy drogę punktu materialnego przechodzącą przez dwa położone blisko siebie punkty A i B (rys. 1). Dla ułatwienia weźmiemy pod uwagę tylko jeden wymiar i będziemy analizować funkcję $x(t)$, wzdłuż której działanie S ma minimum[20].

[20] Są to założenia sprowadzające problem szukania ekstremów do jak najprostszego przypadku. Nie jest istotne w jakim potencjale znajduje się badany przez nas obiekt. Rozważamy funkcję $x(t)$ o której wiemy, że wiernie odzwierciedla rzeczywistą drogę punktu materialnego.

$$S = \int_{t_1}^{t_2} (E_k - E_p)\, dt = \int_{t_1}^{t_2} \left[\frac{m}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 - V(x) \right] dt.$$



Rys. 1.

Jeżeli całka na tej drodze od t_1 do t_2 ma minimum, to znaczy, że każda jej nieskończenie mała część także jest krzywą, na której działanie przybiera wartość minimalną. Weźmy odcinek drogi dostatecznie krótki (punkty A i B bardzo blisko siebie). Jeżeli chcemy opisać potencjał w danym punkcie, różniącym się od położenia wyjściowego o bardzo małą wielkość ϵ to możemy rozpisać potencjał w postaci szeregu Taylora. W pierwszym przybliżeniu otrzymamy $V(x)$, w następnym poprawka wyniesie ϵ razy szybkość zmian V względem x i tak dalej:

$$V(x + \epsilon) = V(x) + \epsilon V'(x) + \frac{1}{2}\epsilon^2 V''(x) + \frac{1}{3!}\epsilon^3 V'''(x) + \dots .$$

Jak widzimy, istotne są dla nas jedynie dwa pierwsze wyrazy: nie jest ważne jak zmienia się potencjał dalej, ponieważ pozostaje cały czas prawie w tym samym miejscu. Musimy wziąć pod uwagę jedynie zmiany pierwszego rzędu w potencjale.

Korzystamy tu z własności ekstremum: jeżeli odchylimy się od minimum o wielkość małą pierwszego rzędu, to funkcja odchyli się od swej minimalnej wartości o wielkość małą drugiego rzędu. Jeżeli mamy rzeczywistą drogę, to krzywa, która różni się od niej tylko trochę, nie daje z dokładnością do wyrażeń małych pierwszego rzędu żadnej różnicy w działaniu. Wszystko zależy więc jedynie od pochodnej potencjału w danym punkcie, a nie od potencjału gdzieś indziej. W ten sposób twierdzenie dotyczące ogólnej właściwości całej drogi przechodzi w twierdzenie dotyczące tego, co się dzieje na małym odcinku, a więc w twierdzenie różniczkowe. Jednocześnie twierdzenie to obejmuje tylko pochodne potencjału, czyli siłę działającą w danym punkcie.

4.2. PRZYKŁAD Z MECHANIKI KLASYCZNEJ I KWANTOWEJ

W mechanice klasycznej możemy powiedzieć, że cząstka wybiera drogę metodą analogiczną do tej, za pomocą której promień światła wybiera najkrótszy czas. W przypadku światła cząstka „jakby sprawdza" wszystkie trajektorie, zaś ta, która minimalizuje działanie, daje największy wkład do amplitudy i to ona jest wybierana. Jeżeli postawimy przesłony w taki sposób, aby fotony nie mogły sprawdzić wszystkich dróg, przekonujemy się, że „nie mogą sobie one wyobrazić", którą drogą pójść i następuje dyfrakcja. Sposób w jaki światło wybiera tor ruchu jest następujący: gdyby pobiegło ono drogą, która by zabrała inny czas, przybyłoby z inną fazą. Cała zaś amplituda w pewnym punkcie jest sumą wkładów do amplitudy od różnych dróg, którymi światło mogłoby tam przybyć. Jeżeli znajdziemy ciąg dróg, które dają prawie te same fazy, wtedy małe wkłady dodadzą się i dostaniemy całkowitą amplitudę sensownej wielkości w momencie przybycia do celu. Ważną drogą staje się ta, dla której istnieje wiele sąsiednich dróg dających tę samą fazę.

Zasada najmniejszego działania Hamiltona obowiązuje w takiej formie (ruch rzeczywisty zachodzi po trajektorii, która minimalizuje działanie) jedynie w mechanice klasycznej, a więc dla obiektów makroskopowych. Natomiast w mechanice kwantowej każda trajektoria jest dozwolona, z tym, że im mniejsza wielkość działania (czyli, im dalej od trajektorii klasycznej) tym mniejsze prawdopodobieństwo jej wystąpienia[21]. Mamy tutaj trajektorię najbardziej prawdopodobną, ale już nie jedyną.

Dla danych warunków początkowych (t_p, x_p) i końcowych (t_k, x_k) znajdujemy sumę amplitud, czyli pewną liczbę, którą obliczamy znając działanie wzdłuż wszystkich trajektorii łączących punkty x_p z x_k. Trajektoria klasyczna daje największy wkład do amplitudy, co jest związane z minimum działania wzdłuż tej trajektorii. Amplituda jest proporcjonalna do iloczynu pewnej stałej oraz $\exp(iS/\hbar)$, gdzie S jest działaniem dla tej drogi, $\hbar$ — stałą Plancka, mającą ten sam wymiar co działanie. W ten sposób przedstawiamy fazę amplitudy za pomocą liczby zespolonej, przy czym kąt fazowy wynosi $S/\hbar$. Stała Plancka określa nam, kiedy mechanika kwantowa staje się niezbędna. Przypuśćmy, że dla wszystkich dróg działanie S jest bardzo wielkie w porównaniu z $\hbar$. Jedna droga daje największy wkład do pełnej amplitudy. Dla pobliskiej drogi faza jest całkiem inna. Za to przesunięcie odpowiedzialna jest „mała zmiana S", która wobec wielkości S, ma całkiem dużą wartość.

Tak więc po zsumowaniu przyczynki z sąsiednich dróg zwykle się znoszą, z wyjątkiem jednego obszaru, w którym dana droga i droga do niej zbliżona dają w pierwszym przybliżeniu tę samą fazę (dokładnie to samo działanie z dokładnością do $\hbar$). Tylko te drogi będą miały znaczenie. Tak więc w granicznym wypadku, gdy stała Plancka zmierza do zera, możemy poprawne prawa kwantowe podsumować w następującym stwierdzeniu: Cząstka porusza się po określonym torze, a mianowicie po takim, w którym działanie S w pierwszym przybliżeniu nie ulega zmianie[22]. Jest to właśnie związek zasady najmniejszego działania z mechanika kwantową.

Jak widać, im bardziej teoretyczny charakter problemów opisywanych z pomocą zasad wariacyjnych, tym trudniej opisać dane zjawisko

[21]Takie sformułowanie możemy podać w przypadku nierelatywistycznym i przy pominięciu spinu elektronu. Por. K. Meissner, „Zasada najmniejszego działania w fizyce", *Delta* 5 (1998), ss. 2–4.

[22]Por. R.P. Feynman, R.B. Leighton, M. Sands, *Feynmana wykłady z fizyki*, t. II, cz. 1, PWN, Warszawa 1974, ss. 344–345.

w języku innym niż matematyczny. Przede wszystkim jednak należy wystrzegać się absolutyzowania wyjaśnień potocznych.

5. ZAKOŃCZENIE

Chcielibyśmy jeszcze raz podkreślić, że teorie naukowe nie implikują wprost tez filozoficznych. Jednak dość często pojawiają się one w opracowaniach popularno-naukowych[23] lub pracach filozoficznych jako konsekwencje wynikające z pewnych badań teoretycznych. Z punktu widzenia metodologii nauk jest to zjawisko niepoprawne zarówno dla nauki (która może tracić w ten sposób swój autorytet) jak i dla filozofii (która jest ośmieszana przez płytkie analizy). Analizowanie samych tylko słów, za pomocą których wyjaśniamy pewne zjawiska, bez formalizmów tworzących model matematyczny, prowadzi do niewłaściwych interpretacji.

Intencją tego artykułu było pokazanie, że interpretacja teleologiczna, która jest często proponowana w kontekście omawiania zasad wariacyjnych jest powoływana bezzasadnie. Jeżeli chcemy interpretować prawa fizyczne, które są zapisane w postaci zasad różniczkowych i całkowych musimy znać własności takich równań i wiedzieć jak się je rozwiązuje.

Inną natomiast sprawą jest to, że interpretacje filozoficzne pełniły pewną funkcję w kształtowaniu się programu badawczego[24] mechaników analitycznych. W różnych okresach historii albo mechanistyczne, albo organiczne systemy kształtowały światopogląd. Mechanicyzm doprowadził do przekonania, że możliwe jest odkrycie jednego równa-

[23]Problem ten podejmuje Zbigniew Wróblewski w artykule „Metafizyczne pułapki nauki popularnej na przykładzie ewolucjonizmu" wskazując na źródła implikacji filozoficznych. W zależności od nastawienia ideologicznego osoby analizującej daną teorię, te same dane naukowe mogą mieć niespójne ze sobą interpretacje filozoficzne. Przykładem mogą być tu interpretacje egzystencjalistyczna (J. Monoda) i teistyczna (J. Polkinghorna) biologii molekularnej.

[24]Z dzisiejszej perspektywy, poszukiwania formalizmu pozwalającego zapisać prawa przyrody w postaci ogólnych zasad, spełniają warunki podane przez Lakatosa i możemy je uważać za program badawczy.

nia, które opisze wszystkie zjawiska w przyrodzie w sposób jednoznaczny. Ponieważ matematyczną strukturę utożsamiano jeszcze wtedy z rzeczywistością, wyprowadzenie równań ruchu oznaczało zdobycie wiedzy o świecie. Teleologiczna interpretacja zasad całkowych mogła utwierdzać matematyków w przekonaniu, że procesy fizyczne zachodzą celowo. Dlatego te metafizyczne przesłanki możemy dziś uważać za tło historyczne pewnych odkryć w matematyce.

SUMMARY

VARIATIONAL PRINCIPLES VERSUS THEIR TELEOLOGICAL INTERPRETATION

In this paper the problem of philosophical interpretation of variational principles is under investigation. The difference between differential and integral principles is presented and the history of various formulations of integral principles is described. It is argued that the teleological interpretation of integral principles is unjustified. Philosophical interpretations of principles of mechanics might only be valuable only if a thorough analysis of both mathematical and linguistic explanations is made.