Zagadnienia Filozoficzne
w Nauce
XLV (2009), 62–96

Aleksandra Kurek
Obserwatorium Astronomiczne, Uniwersytet Jagielloński
Łukasz Kukier
Katedra Fizyki Teoretycznej, KUL
Marek Szydłowski
Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych,
Centrum Układów Złożonych, Uniwersytet Jagielloński
Paweł Tambor
Centrum Kopernika Badań Interdyscyplinarnych

WSTĘP DO BAYESOWSKIEJ METODOLOGII WSPÓŁCZESNEJ KOSMOLOGII

1. WSTĘP

O naszym wieku zwykło się mówić jako o złotym wieku kosmologii. Tak jest w istocie od czasu gdy w kosmologii otworzyły się możliwości pomiaru pewnych jej parametrów określających to, co zwykło się nazywać *standardowym modelem kosmologicznym*. Sytuacja jest w pewnym sensie analogiczna do ukonstytuowania się modelu standardowego cząstek elementarnych. Odkrycia z ubiegłego wieku z dziedziny cząstek elementarnych doprowadziły do modelu struktury materii obejmującego swym zasięgiem nie tylko zjawiska ze świata cząstek, lecz również z fizyki jądrowej, atomowej, a także chemii. Wyłonił się standardowy model cząstek, który większość fizyków uważa za słuszny. Oczywiście model ten posiada pewne luki, lecz charakteryzuje go logicznie spójna struktura wewnętrzna z wieloma powiązaniami i przede wszystkim moc wyjaśniania oraz opisu zjawisk. Model ten posiada zbyt wiele parametrów, których wartość trzeba ustalać „ręcznie", żeby teoretycy mogli go uważać za teorię fundamentalną. Charap zauważa, że jeszcze sto lat temu większość fizyków bez wahania zgodziłaby się, że wiele wielkości fizycznych, którymi się posługujemy, używając ich do opisu świata, musi być przyjęta jako dane [Charap, s. 108]. Charap podkreśla bardzo istotną dla nas sprawę, że u progu nowego wieku fizycy w większości zgadzają się co do tego, że powinno być możliwe wyprowadzenie *całej podstawowej fizyki* z niewielkiej liczby parametrów (dla przykładu model standardowy zawiera takich parametrów 26). Analogiczny proces emergencji nastąpił w kosmologii doprowadzając do ukonstytuowania się *standardowego modelu kosmologicznego*. Model ten jest scharakteryzowany poprzez parametry, które, jak sądzimy, powinny być wyznaczone albo z obserwacji, albo zostać określone poprzez bardziej fundamentalną teorię. W tym momencie do gry wchodzi kosmologia obserwacyjna, w której istotną rolę odgrywa stawianie hipotez oraz ich potwierdzanie i wzmacnianie. Celem kosmologii jako teorii efektywnej staje się wyznaczenie parametrów z pomysłowością oraz precyzją. W pracy pokażemy, że sposób zdobywania wiedzy we współczesnej kosmologii można zrekonstruować w ramach *metodologii bayesowskiej*. Sytuacja jest w pewnym sensie podobna do tej, którą napotykamy w ekonometrii, gdzie mamy do czynienia z ogromnymi strumieniami danych, podobnie do kosmologii, i zmierzamy w kierunku opisu teorii ekonomicznej oddającej złożoność gospodarki[1].

2. *'KOSMOLOGIA 2008' JAKO TEORIA EFEKTYWNA*

Pojęcie *teorii efektywnej* staje się, w kontekście współczesnej kosmologii, niezwykle ciekawym zjawiskiem metodologicznym. Wyrażenie *teoria efektywna* staje się powoli terminem technicznym o jasno zarysowanych własnościach. Ta część naszej pracy będzie, po pierwsze, próbą wskazania na specyficzne cechy teorii efektywnych

[1]Dane te posiadają swoją cenę w odróżnieniu od danych astronomicznych, które są rozdawane po zerowych kosztach.

w kontekście kosmologicznym; po drugie, zarysowaniem ogólnego planu metodologicznej dyskusji dotyczącej relacji teorii efektywnych do teorii i modeli jako jakich, a także do możliwości istnienia teorii fundamentalnej.

Jak wygląda ten metodologiczny obraz modeli kosmologicznych? Modele te, próbując opisywać dynamikę Wszechświata jako całości, opierają się na Ogólnej Teorii Względności, bądź jej odmianach. Do materii wypełniającej Wszechświat aplikuje się emergentne teorie fizyczne, takie jak teoria oddziaływań elektrosłabych Weinberga-Salama, chromodynamika kwantowa oraz inne efektywne teorie fizyczne, które opisują Wszechświat do coraz wyższych energii oddziałujących cząstek.

Korzystając z naziemnych i kosmicznych laboratoriów, kosmologia współczesna przestaje być wyłącznie nauką dedukcyjną. W ostatnich latach dokonało się zasadnicze przejście w metodologii badań od badania jakościowych własności różnych rozwiązań równań Einsteina do wyznaczania parametrów kosmologicznych. Zmienia się przy tym rozumienie samego modelu kosmologicznego. Mniejszy nacisk położony jest na analizę modelu jako struktury; model jest charakteryzowany przede wszystkim przez zbiór parametrów. Badania empiryczne otwierają możliwość wyznaczania parametrów kosmologicznych. W procesie formułowania się *kosmologicznego modelu standardowego* istotną rzeczą staje się zatem nie tylko kwestia potwierdzenia (ewentualnie falsyfikacji) modelu, ale także selekcja modeli. Ta natomiast dotyczy zarówno modeli jako takich, jaki i parametrów. W tym procesie niezwykle ważne jest wyodrębnienie tzw. parametrów istotnych, czyli takich, które w wystarczający i zupełny sposób konstytuują model.

Ta nowa metodologia badań naukowych bazuje naturalnie na świadomości, że kosmologowie dysponują pewnym modelem teoretycznym, co do którego jesteśmy pewni, że z grubsza opisuje dzisiejszy Wszechświat oraz daje poprawne predykcje procesów fizycznych zachodzących w jego przeszłości. Jak pokazują nasze wcześniejsze prace[2] dotyczące różnych metod selekcji modeli, różne kryteria faworyzują różne cele badawcze: kryterium AIC[3] maksymalizuje dokładność predykcji; BIC próbuje określić maksymalne zbliżenie modelu teoretycznego do prawdziwego modelu[4]. Oczywiście kosmologowie są świadomi także fizycznych ograniczeń przyjętego modelu; chociażby przez fakt, że Wszechświat nie jest ściśle jednorodny i izotropowy, lecz na gruncie tego modelu realizowana jest funkcja testowania teorii z uwagi na proste formuły na obserwable. Skonstruowany, przy koniecznych założeniach idealizacyjnych, model posiada moc przewidywania nowych faktów, takich jak np. przyśpieszona ekspansja Wszechświata. Dzięki odkryciu nowych faktów obserwacyjnych dokonuje się korekt samej teorii, a w konsekwencji jej ściślejsze powiązanie z obserwacją. Zatem we wszelkich rozważaniach teorio-modelowych należy, właśnie z racji tego związku teorii z obserwacjami w procesie selekcji i konfirmacji hipotezy, uwzględnić swoistą temporalność rozwiązań.

Coraz częściej pojawiają się także prace, które podejmują próby wyjścia poza model grawitacji opartej na einsteinowskich równaniach pola i poszukiwań rozwiązań (problemu ciemnej energii) w modyfikacji tych równań[5].

---

[2]Kurek-Szydłowski, *Kryterium Akaike: prostota w języku statystyki*. Praca przyjęta w druku w Rocznikach Filozoficznych KUL.

[3]Obok zaprezentowanych metod bayesowskich, istnieje kryterium oceny pewnych własności modelu nazywane Informacyjnym Kryterium Akaike AIC (*Akaike Information Criterion*); $AIC = -2\ln\widetilde{L} + 2k$; gdzie $\widetilde{L}$ jest maksimum funkcji wiarygodności dla parametrów modelu, k — liczbą parametrów modelu.

[4]Podobnym kryterium do AIC jest $BIC = -2\ln\widetilde{L} + k\ln N$, z tym że BIC (*Bayesian Information Criterion*) jest kryterium bayesowskim (ma podstawy w teorii bayesowskiej).

[5]Obok koncepcji ciemnej energii jako pewnego rodzaju substancji napędzającej przyspieszającą ekspansję Wszechświata istnieje propozycja, że źródłem tej akceleracji jest fakt, że równania Einsteina nie są poprawnym opisem ewolucji Wszechświata na jego obecnym etapie. W związku z tym konstruowane są modele kosmologiczne o symetrii R-W na gruncie uogólnień teorii grawitacji. Propozycji jest bardzo wiele, począwszy od opisu grawitacji opartym na skalarno-tensorowej teorii Dickego-Bransa, do tzw. nieliniowych uogólnień teorii grawitacji opartej na uogólnionym lagrangianie dla grawitacji, tj. $L = L(R)$, gdzie R jest skalarem Ricciego. W tych teoriach równania Friedmana przyjmują postać standardowych plus pewne poprawki wynikające z tych

W przypadku współczesnej kosmologii naocznie widać, że składnikami teorii Wszechświata nie są uniwersalne prawa, odnoszące się do całości, lecz modele, które są konstruowane, by realizować bardzo specyficzne cele badawcze. Co więcej, obserwacja tych struktur, na które składają się wytwory nauki, jawnie pokazuje, że modele są nabudowywane na modelach. Rozważana struktura, którą tworzą teorie efektywne, może być zatem rozpatrywana na kilku płaszczyznach:

- Teorie synchronicznie bazują na sobie, posiłkują się nawzajem. W kosmologii wygląda to następująco: scenariusz ewolucyjny Wszechświata jest nabudowany nie tylko na zakładanym modelu geometrycznym czasoprzestrzeni, ale również na różnych modelach fizycznych[6]. Gdy chcemy na przykład interpretować obserwacje, powiedzmy SNIa, musimy założyć model supernowej, co jest ważne dla interpretacji tzw. krzywych blasku. Czyli mamy konstrukcje — modele na modelach, a to, co nazywamy kosmologią, stanowi w istocie konstrukcję bardzo złożoną, ponieważ te modele z kolei opierają się na innych.
- Teorie przechodzą jedna w drugą przy przejściach granicznych, tworząc emergentny szereg wzajemnie warunkujących się propozycji teoretycznych.
- Teoria efektywna rozwija się pod wpływem nowych świadectw empirycznych. W tym miejscu na arenę wkraczają techniki konfirmacji bayesowskiej. Dobrą sytuacją obrazującą to zjawisko byłoby porów-

uogólnień. Efekty dodatkowych poprawek są interpretowane jako niesubstancjalna ciemna energia, o ile prowadzą do przyspieszonej ekspansji Wszechświata. Bardzo ważną klasę uogólnień klasycznej grawitacji stanowią tzw. modele branowe otrzymane przy założeniu, że Wszechświat posiada dodatkowe wymiary, natomiast nasza czasoprzestrzeń jest pewną hiperpowierzchnią w tej wielowymiarowej czasoprzestrzeni. Zakłada się, że równania Einsteina obowiązują na wielowymiarowej czasoprzestrzeni, tak że na branie równania Friedmana posiadają dodatkowe człony, jako konsekwencja zanurzenia brany w wielowymiarowej czasoprzestrzeni. Najpopularniejszym modelem tej kategorii jest model Dvali-Gabadadze-Porrati, który wyjaśnia akcelerację. Póki co równania Einsteina sa starannie testowane poprzez pomiary w naszym układzie planetarnym i w tej skali wynik jest następujący: Einstein trzyma się dobrze (Damour i inni) [Durrer, Movahed, Lobo].

[6]Przykłady: proces nukleosyntezy, która zachodzi np. w gwiazdach; model opisujący zachowanie plazmy gluonowo-kwarkowej przez kwantową chromodynamike; modele mechanizmów promieniowania, itd.

nanie stopnia potwierdzenia dwóch hipotez: modeli LCDM[7] i CDM[8], ale na podstawie danych empirycznych dostępnych w latach 90-tych. Sytuacja wygląda tak, że ówczesne dane nie są w stanie wyselekcjonować *lambdy* jako nowego istotnego parametru, czyli LCDM i CDM sa statystycznie nieodróżnialne przy aktualnych danych. Być może to jest przykład paradoksu Goodmanna w wersji kosmologicznej[9].

3. BAYESOWSKA TEORIA KONFIRMACJI

Współczesna filozofia nauki ma charakter pluralistyczny. Jednym z przejawów tej różnorodności jest bayesianizm (bayesowska teoria konfirmacji), który wpisuje się w wizję uprawiania nauki proponowaną przez logiczny empiryzm [Carnap, Reichenbach] — konfirmowania (potwierdzania) hipotez, teorii na podstawie świadectw empirycznych. Podejście bayesowskie odwołuje się do ilościowego i jakościowego ujęcia konfirmacji. W aspekcie ilościowym jest to wnioskowanie zawodne polegające na potwierdzaniu hipotez, teorii w oparciu o dane empiryczne poprzez wyznaczanie miar probabilistycznych (prawdopodobieństw) tych hipotez, teorii, mianowicie subiektywnych (bayesowskich) prawdopodobieństw. Narzędziem pozwalającym na obliczanie

[7]Lambda Cold Dark Matter Model: model kosmologiczny jednorodny i izotropowy przestrzennie i płaski, wypełniony zimną relatywistyczną materią dwuskładnikową (spełniającą równanie stanu dla pyłu $p = 0$) oraz ciemną, z członem kosmologicznymi.

[8]Jak wyżej, lecz bez członu kosmologicznego. Człon ten jest postulowany dla wyjaśnienia przyśpieszonej ekspansji Wszechświata na jego obecnej fazie ewolucji. Stała kosmologiczna jest obecnie najlepszym kandydatem na wyjaśnienie zagadki akcelerującego Wszechświata; zagadki zwanej też problemem ciemnej energii.

[9]Paradoks Goodmana jest paradoksem bayesowskiej teorii konfirmacji w ogólności. Oczywiście ma on zastosowanie do konfirmacji każdej hipotezy. Weźmy hipotezę akcelerującego Wszechświata opisywanego przez model LCDM. Teoria konfirmacji powiada, że z tą hipotezą jest zgodna nieskończona liczba innych hipotez, np. takich, że w przyszłości Wszechświat będzie hamował, a później akcelerował, itd. Każda podobna hipoteza będzie tak samo potwierdzona w świetle danych. Oczywiście, jeśli interesują nas jedynie retrodykcje, to problemu nie ma, ponieważ obserwacje odległych supernowych już odrzuciły konkurenta CDM. Czyli paradoks Goodmana dotyczy raczej hipotez odnoszących się do przyszłej ewolucji Wszechświata, np. konfirmacji „big-crunchu”.

rozważanych miar jest twierdzenie Bayesa[10]. W aspekcie jakościowym eksplikuje się związki pomiędzy hipotezami, teoriami, a obserwacjami, które je konfirmują. Wymiar jakościowy jest logicznie pierwotny względem ilościowego — do określenia stopnia konfirmacji musimy znać związek zachodzący między zdaniem konfirmowanym a raportem obserwacyjnym.

3.1. BAYESOWSKA (WSPÓŁCZESNA) DEFINICJA PRAWDOPODOBIEŃSTWA

W bayesowskiej interpretacji prawdopodobieństwa[11] rezygnuje się z pojęcia *losowej natury zjawiska*, a co za tym

[10]Należy naturalnie rozróżnić między bayesianizmem jako nurtem wiodącym w filozofii nauki, a statystyką bayesowską, którą interesuje to, jak pewne wielkości liczyć. Nikt nie ma wątpliwości co do tego, że twierdzenie Bayesa jest w sensie ścisłym twierdzeniem matematycznym. Właśnie dlatego należy sobie uświadomić, że być „bayesianistą", znaczy coś więcej niż jedynie posługiwać się twierdzeniem Bayesa. Znaczącemu sukcesowi bayesowskiej teorii konfirmacji na takich polach działalności ludzkiej, jak fizyka, biologia, medycyna, kognitywistyka, towarzyszą zasadnicze ograniczenia zwłaszcza natury poznawczej. Radykalny wyznawca bayesizmu powie, że metoda ta może być zawsze stosowana. Często w literaturze przedmiotu dokonuje się porównania bayesizmu do innych metod indukcyjnej konfirmacji hipotez, stawiając bayesizm w roli rywala innych podejść. Propozycją autorów artukułu jest wykazanie, że proponowana metoda wzmacniania przekonań naukowych, mając swoje zalety i wady, służy osiąganiu specyficznych celów poznawczych, i jako taka nie rości sobie pretensji to bycia procedurą uniwersalną.

[11]Koncepcja prawdopodobieństwa została również sformułowana przez Poppera. Trzy podstawowe cechy tej teorii to: (1) formalność — nie zakłada się żadnej określonej interpretacji prawdopodobieństwa, jednak dopuszcza się wszystkie znane podejścia do miary probabilistycznej, (2) autonomiczność — probabilistyczne wnioski wyprowadza się z przesłanek probabilistycznych, tzn. probabilistyka to metoda przekształcania jednych prawdopodobieństw w drugie, (3) symetryczność — przy danym prawdopodobieństwie $P(b|a)$ mamy zawsze prawdopodobieństwo $P(a|b)$, nawet gdy $P(b) = 0$, gdzie a, b należą do S-uniwersum dyskursu, czyli systemu elementów dopuszczalnych. Szersze omówienie formalnej teorii prawdopodobieństwa Poppera występuje w [Popper]. Można pokusić się także o wskazywanie możliwych związków, głównie o charakterze interpretacyjnym, między metodologiami: bayesowską a Popperowską. Nie ma tu miejsca na szczegółowe analizy, niemniej jednak wskażmy na podstawowe intuicje wykraczające poza klasyczny paradygmat. Statystyka klasyczna

idzie z pojęcia *zmiennej losowej* i *zdarzenia losowego*. Zdarzenia losowe zastępuje się zdaniami, tezami, z tym, że każde zdarzenie (losowe i elementarne) można wyrazić w postaci zdania, tezy. Do operacji na zdaniach służy logika zdań, oparta na algebrze Boole'a [Goodstein], w której podstawowe operacje to negacja, suma logiczna i iloczyn logiczny. Ponadto we współczesnej teorii prawdopodobieństwa odrzuca się pojęcie typowe dla statystycznego podejścia do miary probabilistycznej, mianowicie pojęcie *populacji*. Historycznie rzecz ujmując powrót do bayesowskiej wizji prawdopodobieństwa — J. Bernoulli (1654–1705), P.S. Laplace (1749–1827) nastąpił w latach dwudziestych i trzydziestych XX-go wieku. Do najwybitniejszych przedstawicieli tego podejścia zaliczani są: J.M. Keynes [Keynes], E.T. Jaynes [Jaynes], H. Jeffreys [Jeffreys] oraz B. De Finetti [De Finetti].

Prawdopodobieństwo — zgodnie z bayesowską definicją — jest to miara subiektywnego przekonania (liczbowy stopień subiektywnego przekonania) o prawdziwości hipotezy H (zdania, sądu logicznego) na podstawie świadectw empirycznych E (zdania, sądu logicznego opisującego świadectwa empiryczne). Miara ta wyznaczana jest przy użyciu twierdzenia Bayesa:

$$P(H|E) = \frac{P(H) \cdot P(E|H)}{P(E)} = \frac{P(H) \cdot P(E|H)}{\sum_i P(H_i) \cdot P(E|H_i)}, \tag{1}$$

przy czym H — hipoteza pierwotna, $H|E$ — hipoteza wtórna, gdzie H i $H|E \in R$ oraz

$$\bigcup_i H_i = T \quad \text{i} \quad H_i \wedge H_j = \emptyset = \neg T \bigwedge i, j \Rightarrow E = \bigcup_i E \wedge H_i, \tag{2}$$

jest często postrzegana jako bliska Popperowskiej wizji nauki opierającej się na rozumowaniu dedukcyjnym: wysuwane hipotezy są testowane i odrzucane, jeśli nie wytrzymują prób obalenia. Statystykę bayesowską natomiast często interpretuje się w kluczu wnioskowania indukcyjnego: startujemy z pewnego rozkładu przyjmowanego *a priori*, zdobywamy dane i uzyskujemy rozkład prawdopodobieństwa *a posteriori*. Naszym zdaniem, przy pewnych założeniach (na przykład, jeśli pierwotny rozkład prawdopodobieństwa nie traktować jako osobiste przekonanie badacza, a część modelu, który reprezentuje hipotezę; i jeśli wysuwać i testować bardzo odważne hipotezy) można procedury bayesowkie włączyć w Popperowski schemat wnioskowania falsyfikującego.

gdzie T — tautologia (zdanie zawsze prawdziwe), $\emptyset$ — zdanie zawsze fałszywe. Prawdopodobieństwo hipotezy H pod warunkiem danych E (prawdopodobieństwo wtórne hipotezy H) obliczamy mnożąc prawdopodobieństwo *a priori* (pierwotne) hipotezy H przez prawdopodobieństwo danych E pod warunkiem hipotezy H i dzieląc ten iloczyn przez prawdopodobieństwo danych E. Miara probabilistyczna danych E jest równa sumie prawdopodobieństw *a priori* pomnożonych przez prawdopodobieństwa danych E pod warunkiem tych hipotez (wskaźnik sumowania odpowiada liczbie rozważanych hipotez). Definicja ta jest subiektywna ze względu na aprioryczny wybór rozkładu H — $P(H)$ określonego na zbiorze zdań. Prior $P(H)$, który nazywany jest również nieinformacyjnym (obiektywnym) rozkładem H, odzwierciedla stan braku wiedzy o hipotezie H.

Interpretacja taka, tzn. opierająca się jedynie na uzyskanych świadectwach empirycznych, może zostać istotnie uzupełniona o czynnik niejako nakładający ograniczenia na dane wykorzystywane do konfirmacji danej tezy — pewną wiedzę o zagadnieniu dotyczącym rozpatrywanej tezy. Zatem bayesowska teoria prawdopodobieństwa pozwalająca na dokonanie oceny stopnia racjonalnego zaufania (*degree of belief*) wobec hipotezy H może bazować na dwóch informacjach (zdaniach, tezach). Mianowicie na: (1) danych empirycznych D uzyskanych w wyniku obserwacji oraz (2) pewnej nagromadzonej wiedzy W o zagadnieniu dotyczącym rozważanej hipotezy H. W tym ujęciu przez $P(H|W)$ będziemy rozumieć prawdopodobieństwo *a priori* (prior, prawdopodobieństwo zaczątkowe), natomiast przez $P(H|D \wedge W)$[12] prawdopodobieństwo *a posteriori* (posterior, prawdopodobieństwo wynikowe). Zauważmy, iż rozróżnienie na D i W może być często bardzo użyteczne, albowiem wyniki z poprzedniego eksperymentu mogą być uznane za element W lub D. Każdej rozpatrywanej hipotezie (tezie) H przypisujemy, na podstawie posiadanych informacji

[12]Osąd ten nie może wybiórczo traktować żadnego z warunków W lub D, ponieważ pozostawałoby to sprzeczne z dezyderatem spójnego wnioskowania — przy zgłębianiu problemu muszą być wzięte pod uwagę wszystkie istotne dla zagadnienia informacje, bez ich cenzurowania (patrz niżej).

I, określona wiarygodność[13] (hipotezę) $H|I$, czyli nasze przekonanie do danej tezy H w świetle I. Fundament tak rozumianej bayesowskiej definicji prawdopodobieństwa stanowią dezyderaty spójnego wnioskowania [Nowak]:

I. Wiarygodność każdej tezy wyraża się liczbą rzeczywistą oraz (1) mała zmiana wiarygodności implikuje małą zmianę jej prawdopodobieństwa, (2) większej wiarygodności odpowiada większa wartość jej prawdopodobieństwa.

II. Jakościowa zgodność ze zdrowym rozsądkiem.

III. Dezyderat konsekwentnych i rzetelnych studiów zagadnienia: (a) Jeśli konkluzję można wydedukować więcej niż jedną drogą, wszystkie metody muszą doprowadzić do tej samej wiarygodności. (b) Przy zgłębianiu problemu muszą być wzięte pod uwagę wszystkie istotne dla zagadnienia informacje, bez ich cenzurowania. (c) Jeśli w dwóch lub więcej problemach stan wiedzy jest ten sam, wszystkim tym problemom musi być przypisany ten sam poziom wiarygodności. Bazując na rachunku logicznym zdań (logice zdań opartej na algebrze Boole'a) i dezyderatach spójnego wnioskowania można pokazać [Nowak] prawa operowania prawdopodobieństwami $H|I$, gdzie H — rozpatrywane zdanie, I — posiadane informacje.

W ramach bayesowskiej definicji miary probabilistycznej często przyjmuje się, że jeśli nie ma żadnych racjonalnych przesłanek, aby preferować jedną hipotezę nad drugą, to należy uznać, że są one jednakowo prawdopodobne. Inaczej: jeśli nic nie wiemy *a priori* o poszczególnych możliwych hipotezach, prawdopodobieństwa tych hipotez powinniśmy przyjąć równe. Zasadę tą nazywa się zasadą nieistotności (*principle of indifference*)[14]. W terminach wiarygodności zasada nieistotności przyjmuje postać:

$$P(A_i|W) = \frac{1}{N}, \quad i = 1, \ldots, N, \tag{3}$$

[13]Relacja wiarygodności (ang. *credibility* nie musi istnieć pomiędzy wszystkimi tezami. Taka sytuacja ma miejsce, gdy nie ma logicznego związku między H i I.

[14]Nazwa ta pochodzi od Keynes'a. Inne nazwy to zasada niedostateczności (*principle of insufficient reason*) — Laplace'a i postulat Bayesa.

gdzie (a) przynajmniej jedna z hipotez $A_i, i = 1, \ldots, N$ jest prawdziwa na podstawie wiedzy W, tzn. $A_1 \vee \ldots \vee A_N|W$ ma wartość logiczną jeden, (b) wiedza W implikuje, że $A_i \wedge A_j = \emptyset$ dla $i \neq j$, czyli zdania A_i wzajemnie się wykluczają, (c) $A_1 \vee \ldots \vee A_N = T$ w świetle W, czyli hipoteza $A_1 \vee \ldots \vee A_N$ jest tezą pewną (zawsze prawdziwą). Warto podkreślić, że zasada ta jest bardzo ważna z tego względu, że pokazuje jak informacja zawarta w wiedzy W prowadzi do wartości liczbowych dla miary probabilistycznej P.

Określenie kryterium wyboru priorów[15] jest przedmiotem sporu. Bayesianiści dzielą się w tej materii na dwie grupy: bayesianistów obiektywnych (m.in. E.T. Jaynes [Jaynes], H. Jeffreys [Jeffreys], R.D. Rosenkrantz [Rosenkrantz]) i subiektywnych[16] (m.in. B. De Finetti [De Finetti], C. Howson i P. Urbach [Howson]). Pierwsi wprowadzają takie kryteria, natomiast drudzy są temu przeciwni. Przykłady ograniczeń nałożonych na wybór priorów to: zasada nieistotności oraz wyznaczanie priorów metodą maksymalnej entropii — E.T. Jaynes, R.D. Rosenkrantz.

Wprowadzimy podstawowe prawa prawdopodobieństwa [D'Agostini], na których bazuje subiektywna definicja prawdopodobieństwa: Niech E i H oznaczają zdania (sądy logiczne). Wartość logiczna zdania $E|H$, czyli E pod warunkiem H jest: (1) prawdziwa, gdy E i H są prawdziwe, (2) fałszywa, gdy E jest fałszywe i H jest prawdziwe, (3) nieznana, gdy H jest fałszywe. Ponadto pomiędzy dowolną tezą E a tautologią T zachodzą związki:

$$E \subseteq T \Rightarrow E \wedge T = T \quad \text{oraz} \quad E \vee \overline{E} = T. \tag{4}$$

Każdy z rozkładów zdań, tzn. $P(\cdot)$ i $P(\cdot|\cdot)$[17] zdefiniowanych na skończonym zbiorze zdań $\widetilde{B}$[18] o wartościach z przedziału $\langle 0, 1\rangle$, tzn.

[15]Kwestia ta, tzn. przypisywanie miar probabilistycznych hipotezom pierwotnym, okaże się bardzo istotna w eksplikacji związku bayesianizmu z założeniami filozoficznymi.

[16]Określa się ich często personalistami.

[17]$\cdot|\cdot$ jest też zdaniem.

[18]Jest to zupełny zbiór zdań zamknięty ze względu na operacje Boole'a.

$P(\cdot) : \widetilde{B} \to \langle 0, 1\rangle$, gdzie $\cdot$ oznacza zdanie (sąd logiczny) spełnia następujące aksjomaty:

(i) $P(\cdot) \in \langle 0, 1\rangle$ — nie negatywność,

(ii) $P(T) = 1$ — normalizacja, T — tautologia,

(iii) $P(E \vee H) = P(E) + P(H)$, gdy $E \wedge H \equiv \emptyset = \neg T$ (zdanie zawsze fałszywe) — skończona addytywność[19].

Zdania spełniające ten warunek są logicznie niezależne. Z aksjomatów (i)-(iii) można wyprowadzić następujące własności:

$$P(E) = 1 - P(\overline{E}), P(\emptyset) = 0, \text{ jeżeli } E \subseteq H, \text{ to } P(E) \leq P(H), \tag{5}$$

$$P(E \vee H) = P(E) + P(H) - P(E \wedge H), \tag{6}$$

$$P(E \wedge H) = P(E|H) \cdot P(H) = P(H|E) \cdot P(E). \tag{7}$$

Ponadto warunek niezależności tez, tzn. $P(E \wedge H) = P(E)P(H)$, jest równoważny warunkom: $P(E|H) = P(E)$ i $P(H|E) = P(H)$. Jeżeli $P(E|H) \neq P(E)$ (tezy E oraz H nie są niezależne — są zależne), to zdania E i H są skorelowane[20]. Gdy zdanie H warunkujemy tym samym zdaniem H, tzn. $H|H$, to prawdopodobieństwo takiej tezy wynosi 1[21]: $P(H|H) = 1$. W najbardziej ogólnym (i realistycznym) przypadku E i H są warunkowane przez trzecią tezę H_0, mianowicie:

$$P(E|H, H_0) = \frac{P(E \wedge (H|H_0))}{P(H|H_0)}. \tag{8}$$

Twierdzenie Bayesa przy użyciu zdania H_0 zapisujemy w postaci:

$$P(H|E, H_0) = \frac{P(H|H_0) \cdot P(E|H, H_0)}{\sum_i P(H_i|H_0) \cdot P(E|H_i, H_0)}. \tag{9}$$

[19]Jest ona szczególnym przypadkiem σ-addytywności (przeliczalnej addytywności): $P(\bigcup_{n=1}^{\infty} E_n) = \sum_{n=1}^{\infty} P(E_n)$, gdzie (E_n) to zdania należące do nieskończonego zbioru zdań oraz $E_i \wedge E_j \equiv \neg T$ dla każdego i, j.

[20]Mianowicie: (1) E i H są pozytywnie skorelowane, gdy $P(E|H) > P(E)$, (2) E i H są negatywnie skorelowane, gdy $P(E|H) < P(E)$.

[21]$P(E|H) = \frac{P(H \wedge E)}{P(H)} = |H = E| = 1$.

Rozważmy aplikacje subiektywnego podejścia do prawdopodobieństwa:

(I) Rozpatrzmy przykład z monetą. Mianowicie niech H_1, H_2, H_3, E będą następującymi zdaniami (hipotezami): H_1 — na obu stronach monety jest orzeł, H_2 — na obu stronach monety jest reszka, H_3 — moneta jest prawidłowa, tzn. na jednej stronie jest orzeł i na drugiej reszka, E — w trzech rzutach monetą wypadły trzy reszki. Chcemy określić prawdopodobieństwo hipotezy: na obu stronach monety jest reszka pod warunkiem, iż w trzech rzutach monetą wypadły trzy reszki. W tym celu korzystamy z twierdzenia Bayesa:

$$P(H_2|E) = \frac{P(H_2)\cdot P(E|H_2)}{P(H_1)\cdot P(E|H_1)+P(H_2)\cdot P(E|H_2)+P(H_3)\cdot P(E|H_3)}, \tag{10}$$

gdzie

$$\bigcup_i H_i = T \quad \text{i} \quad H_i \wedge H_j = \emptyset = \neg T \bigwedge i, j \tag{11}$$

oraz T — tautologia (zdanie zawsze prawdziwe), $\emptyset$ — zdanie zawsze fałszywe. Zauważmy, że w podanym wyżej twierdzeniu Bayesa kluczową sprawą, wpływającą na wartość liczbową rozważanego prawdopodobieństwa, jest wybór rozkładów *a priori* (priorów) hipotez pierwotnych — $P(H)$. Wyboru tego dokonujemy w sposób arbitralny. Ustalmy, iż $P(H_1) = 0.5$, $P(H_2) = 0.3$, a stąd na mocy sumowania się priorów do jedynki mamy: $P(H_3) = 0.2$. Następnie na podstawie klasycznej definicji prawdopodobieństwa[22] określamy prawdopodobieństwo hipotezy: w trzech rzutach monetą, na której na obu stronach jest orzeł wypadły trzy reszki — $P(E|H_1) = 0$, prawdopodobieństwo zdania: w trzech rzutach monetą, na której na obu stronach jest reszka wypadły trzy reszki — $P(E|H_2) = 1$, prawdopodobieństwo zdania: w trzech rzutach monetą prawidłową (na jednej stronie orzeł i na jednej stronie reszka) wypadły trzy reszki — $P(E|H_3) = \frac{1}{8}$. Podstawiając wszystkie prawdopodobieństwa hipotez do twierdzenia Bayesa, mamy:

$$P(H_2|E) = 92.3\%. \tag{12}$$

[22]Każde zdarzenie losowe i elementarne może być ujęte w zdaniu (hipotezie).

Prawdopodobieństwo szukanej hipotezy: na obu stronach monety jest reszka pod warunkiem, że w trzech rzutach monetą wypadły trzy reszki wynosi 92.3%. Zauważmy jednak, że przy innym wyborze miar probabilistycznych priorów dostaniemy inną wartość prawdopodobieństwa tej hipotezy.

(II) Rozpatrzmy przykład z zachorowalnością na raka. Niech H_1, H_2, E będą następującymi zdaniami (hipotezami): E — rozważamy populację 5000 osób, z których 250 choruje na raka, H_1 — osoba z rozważanej populacji choruje na raka, H_2 — osoba z rozważanej populacji nie choruje na raka. Chcemy określić prawdopodobieństwo hipotezy: osoba z rozważanej populacji choruje na raka pod warunkiem, że rozważamy populację 5000 osób, z których 250 choruje na raka. W tym celu podobnie jak w poprzednim przykładzie korzystamy z twierdzenia Bayesa:

$$P(H_1|E) = \frac{P(H_1) \cdot P(E|H_1)}{P(H_1) \cdot P(E|H_1) + P(H_2) \cdot P(E|H_2)}. \tag{13}$$

Przyjmijmy następujące prawdopodobieństwo prioru: $P(H_1) = 0.4$, stąd $P(H_2) = 0.6$. Ponadto odwołując się do klasycznej definicji prawdopodobieństwa określamy miarę probabilistyczną zdania: z rozważanej populacji wybieramy osobę chorą na raka — $P(E|H_1) = \frac{250}{5000}$ i prawdopodobieństwo zdania: z rozważanej populacji wybieramy osobę zdrową — $P(E|H_2) = \frac{4750}{5000}$. Wstawiając wszystkie prawdopodobieństwa hipotez do twierdzenia Bayesa mamy:

$$P(H_1|E) = 3.3\%. \tag{14}$$

Prawdopodobieństwo szukanej hipotezy: osoba z rozważanej populacji choruje na raka pod warunkiem, że rozważamy populację 5000 osób, z których 250 choruje na raka jest równe 3.3%.

(III) Rozważmy jeszcze jeden przykład z zachorowalnością na raka. Niech H_1 oznacza zdanie: jedna osoba na 20000 choruje na raka. Prawdopodobieństwo tego zdania wynosi $\frac{1}{20000}$: $P(H_1) = \frac{1}{20000}$.

Załóżmy, że mamy test, który ma dwa możliwe wyniki: ujemny $(-)$ i dodatni $(+)$. Ponadto test ten daje fałszywy ujemny wynik z prawdopodobieństwem β i fałszywy dodatni wynik z prawdopodobieństwem α. Ujmując to formalnie: $\alpha = P(+|\overline{H_1})$ oraz $\beta = P(-|H_1)$, gdzie $\overline{H_1}$ oznacza zdanie: jedna osoba na 20000 nie choruje na raka. Przyjmijmy, że $\alpha = 0.03$, a $\beta = 0.06$. Chcemy określić prawdopodobieństwo hipotezy, że dana osoba jest rzeczywiście chora, czyli następującej hipotezy: jedna osoba na 20000 choruje na raka pod warunkiem, że wynik testu jest dodatni. W tym celu stosujemy twierdzenie Bayesa:

$$\begin{aligned} P(H_1|+) &= \frac{P(H_1)\cdot P(+|H_1)}{P(H_1)\cdot P(+|H_1) + P(\overline{H_1})\cdot P(+|\overline{H_1})} = \qquad (15)\\ &= \left| \begin{array}{c} P(+|H_1) + P(-|H_1) = P(+|H_1) + \beta = 1 \\ P(+|\overline{H_1}) = \alpha \\ P(H_1) + P(\overline{H_1}) = 1 \end{array} \right| = \\ &= \frac{P(H_1)(1-\beta)}{P(H_1)(1-\beta) + (1 - P(H_1))\cdot\alpha} = 0.156\%. \end{aligned}$$

Zatem prawdopodobieństwo szukanej hipotezy wynosi 0.156%.

3.2. BAYESOWSKA TEORIA KONFIRMACJI: GŁÓWNE ZAGADNIENIA I TRUDNOŚCI

Jak zostało zaznaczone we wstępie tej części pracy, bayesowska teoria konfirmacji[23] to teoria rozumowania naukowego, w której kluczową rolę odgrywa konfirmacja hipotez, teorii w oparciu o świadectwa empiryczne. Zostanie ona teraz bliżej omówiona[24], ze szczególnym uwzględnieniem jej trudności i roli założeń filozoficznych,

[23]Bayesianiści tacy jak — J. Earman, P. Urbach i C. Howson [Howson; Earman] stoją na stanowisku, że bayesowska teoria konfirmacji nadaje się nie tylko do analizy pojęcia konfirmacji, ale też innych zagadnień tradycyjnie rozpatrywanych w filozofii nauki, m.in. rewolucyjne zmiany w nauce T. Kuhna, obiektywność nauki (zbieżność miar probabilistycznych *a posteriori* hipotez przy różnych rozkładach pierwotnych hipotez), kryterium odróżniania hipotez *ad hoc*.

[24]Szersza analiza tego zagadnienia — patrz [Horwich; Bovens; Fitelson, *Studies*...].

mogących mieć swoje odzwierciedlenie we współczesnej kosmologii. Bayesianizm można określić [Kawalec] jako ilościową i normatywną teorię racjonalności naukowej rozpatrywaną w aspekcie synchronicznym i diachronicznym:

- Twierdzenia, hipotezy są racjonalne *synchronicznie*, gdy spełniają aksjomaty nałożone na prawdopodobieństwo[25], tzn. aksjomaty (i)-(iii) oraz wyprowadzone na tej podstawie twierdzenie Bayesa. Rozważmy to na przykładzie: niech $P(E|H) = 1$ — hipoteza H implikuje dane E. Wtedy na mocy twierdzenia Bayesa mamy: $P(H|E) = \frac{P(H)}{P(E)}$. Stąd im mniejsze $P(E)$, tym bardziej dane empiryczne potwierdzają hipotezę H — $P(H)$ jest większą wielokrotnością $P(H|E)$. Zatem sytuacja: dana hipoteza H wyjaśnia świadectwa E generuje następującą zależność: większe prawdopodobieństwo E pociąga za sobą większy stopień konfirmacji hipotezy H na podstawie danych E.

- W aspekcie *diachronicznym* zmiany twierdzeń, hipotez są wyznaczone przez zasadę (regułę) warunkowania mówiącą, w jaki sposób uaktualniać miarę probabilistyczną twierdzeń, hipotez po otrzymaniu nowych danych empirycznych.

Jeśli spełnione są aksjomaty (i)-(iii)[26] i zasada warunkowania, czyli podstawowe (minimalne) elementy bayesianizmu[27], to mamy do czynienia z bayesianizmem standardowym. Twierdzenie Bayesa wyprowadza się w oparciu o: (1) aksjomaty (i)-(iii), czyli nienegatywność, normalizację i skończoną addytywność, (2) prawdopodobieństwo

---

[25]Sytuację, w której bayesowska teoria konfirmacji spełnia te aksjomaty określana jest jako *postulat konsekwencji (requirement of coherence).*

[26]Patrz s. 73.

[27]Logika indukcji Carnapa jest odmianą bayesowskiej teorii konfirmacji w przypadku, gdy bayesianizm będzie zawierał te cztery podstawowe elementy. W przypadku, gdyby Carnap odrzucił inne sposoby uaktualniania miar probabilistycznych hipotez niż zasada warunkowania, tak by nie było — Carnap do zasady warunkowania włącza parametry mające wpływ na uaktualnianie miar probabilistycznych hipotez.

warunkowe $P(H|E) = \frac{P(H \wedge E)}{P(E)}$. Ujmując to dokładniej:

$$P(H|E) = \frac{P(H \wedge E)}{P(E)} \Rightarrow P(H \wedge E) = P(H|E)P(E), \tag{16}$$

$$P(E|H) = \frac{P(H \wedge E)}{P(H)} \Rightarrow P(H \wedge E) = P(E|H)P(H). \tag{17}$$

Po porównaniu $P(H \wedge E)$ otrzymujemy twierdzenie Bayesa, tzn. $P(H|E) = \frac{P(H)P(E|H)}{P(E)}$. Twierdzenia Bayesa można również dowieść inną metodą, mianowicie przy użyciu aksjomatów Coxa:

$$P(\neg\alpha|H) := G[P(\alpha|H)]. \tag{18}$$

Aksjomat ten mówi, że prawdopodobieństwo negacji wniosku α pod warunkiem hipotezy H zależy tylko od prawdopodobieństwa wniosku α pod warunkiem hipotezy H, gdzie G — funkcja wybrana arbitralnie.

$$P(\alpha \wedge \beta|H) := F[P(\alpha|\beta H), P(\beta|H)]. \tag{19}$$

Aksjomat ten stwierdza, że prawdopodobieństwo tego, że wnioski α i β są prawdziwe pod warunkiem hipotezy H zależy od prawdopodobieństwa wniosku β pod warunkiem hipotezy H — $P(\beta|H)$ i prawdopodobieństwa wniosku α pod warunkiem hipotezy H połączonej z założeniem, że poprzedni wniosek β jest prawdziwy — $P(\alpha|\beta H)$. F podobnie jak w poprzednim aksjomacie to arbitralnie wybrana funkcja. Na mocy tych dwóch aksjomatów Coxa i założenia, że prawdopodobieństwo jest liczbą rzeczywistą[28] wykazuje się [Cox] twierdzenie Bayesa.

Zasada warunkowania (*conditionalization rule*)[29] jest jedną z fundamentalnych zasad w bayesowskiej teorii konfirmacji. Pozwala ona

[28]Z argumentami przeciwko temu założeniu można zapoznać się w [Marlow, *Int. J. Theo. Phys.*].

[29]Szersza dyskusja dotycząca zasady warunkowania jest omówiona w [Strevens]. Natomiast w [Williams] wykazuje się, że jest ona szczególnym przypadkiem zasady maksymalnej entropii (zasady minimalnej informacji), która mówi, że prior szukanej wielkości otrzymujemy maksymalizując entropię względem tego prioru, uwzględniając wszystkie ograniczenia na rozważaną wielkość.

bowiem uaktualniać naszą wiedzę w świetle nowych danych. Reguła ta[30] polega na systematycznym stosowaniu twierdzenia Bayesa, po otrzymaniu kolejnych świadectw empirycznych (modyfikowaniu naszej wiedzy o hipotezach w oparciu o nowe świadectwa empiryczne), gdzie rozkłady wtórne hipotez (rozkłady *a posteriori* hipotez) z wcześniejszych etapów służą jako rozkłady pierwotne (priory) w następnych etapach. Jej działanie zilustrujmy przykładem z monetami (patrz przykład (I): W przykładzie tym używając twierdzenia Bayesa wyznaczyliśmy prawdopodobieństwo hipotezy: „na obu stronach monety jest reszka pod warunkiem, że w trzech rzutach monetą wypadły trzy reszki". Czyli określiliśmy jak zmieniło się prawdopodobieństwo hipotezy H_1: „na obu stronach monety jest reszka", które wybraliśmy w arbitralny sposób po otrzymaniu danych E: „w trzech rzutach monetą wypadły trzy reszki". Załóżmy, że zebraliśmy nowe dane E_1: w dwóch rzutach monetą wypadła reszka. Mając je do dyspozycji, uaktualniamy naszą wiedzę o hipotezie H_1 (uaktualniamy nasze prawdopodobieństwo *a posteriori* $P(H_1|E)$ w następujący sposób: przyrównujemy posterior $P(H_1|E) = 92.3\%$ do prioru z następnego twierdzenia Bayesa zastosowanego dla danych E_1 — $P(H_1|E_1) = 78.6\%$. Po otrzymaniu kolejnych świadectw postępujemy analogicznie.

Z zasadą warunkowania wiąże się kwestia obiektywności naukowej. Zwolennicy podejścia bayesowskiego, powołując na nią, wykazują obiektywność naukową — obiektywność bayesowskiej miary probabilistycznej niezależnie od różnych rozkładów *a priori* danej hipotezy H. Ujmując to dokładniej, reguła warunkowania prowadzi do uzgodnienia opinii na temat danej hipotezy H, tzn. w przybliżeniu rozkłady wtórne rozważanej hipotezy H mają taką samą wartość przy rozbieżnych opiniach początkowych (różnych rozkładach pierwotnych H), gdy badacze posługują się tymi samymi świadectwami. Innymi słowy układy stopni przekonania naukowców o prawdziwości rozpatrywanej hipotezy w oparciu o jednakowe wyniki obserwacji zbliżają się do siebie.

[30]Jest ona szczególnym przypadkiem zasady warunkowania Jeffrey'a [Jeffrey].

Bayesowska teoria konfirmacji w wyznaczaniu liczbowego stopnia konfirmacji[31] hipotez, teorii bazuje na subiektywnej definicji prawdopodobieństwa[32]. Na mocy tej definicji mamy następujące zależności: Dane E konfirmują hipotezę H, gdy $P(H|E) > P(H)$, Dane E dyskonfirmują hipotezę H, gdy $P(H|E) < P(H)$, Dane E są neutralne względem hipotezy H, gdy $P(H|E) = P(H)$.

W ramach bayesianizmu konstruuje się różne języki formalne[33]. Tutaj ograniczymy się do prezentacji dwóch z nich[34] [Earman, Kawalec]: Niech $(W, \widetilde{A}, P)$ będzie przestrzenią probabilistyczną, gdzie W — zbiór światów możliwych, $\widetilde{A}$ — zbiór zdań (sądów logicznych) określonych na W, $P : \widetilde{A} \to R$ — odwzorowanie przekształcające $\widetilde{A}$ w zbiór liczb rzeczywistych R i spełniające aksjomaty prawdopodobieństwa. Niech $(\widetilde{L}, \widetilde{L}/\sim, P)$ będzie przestrzenią probabilistyczną, gdzie $\widetilde{L}$ — określony język, $\widetilde{L}/\sim$ — zbiór wszystkich klas abstrakcji $|\alpha| = \beta : \alpha \sim \beta$ określonych na $\widetilde{L}$, gdzie $\sim$ oznacza logiczną równoważność zachodzącą pomiędzy $\alpha \in \widetilde{L}$ i $\beta \in \widetilde{L}$, P — miara na $\widetilde{L}/\sim$. Podamy przykład zdań prawdziwych w tej przestrzeni probabilistycznej: zdanie $\tau(\alpha) = x$, gdzie $x \in [0, 1]$ oraz τ — funkcja konfirmacji (prawdopodobieństwo konfirmacji danego zdania na podstawie zdania opisującego świadectwa empiryczne) jest prawdziwe wtedy i tylko wtedy gdy $P(|\alpha|) = x$.

Na bayesowską teorię konfirmacji i kosmologię współczesną nałożone są pewne ograniczenia epistemologiczne. Naszym zdaniem można wskazać na ograniczenia wspólne dla tych dwóch dziedzin [Sober; Grobler]:

[31]Miary konfirmacji reprezentatywne obecnie dla bayesowskiej teorii konfirmacji rozważa B. Fitelson w [Fitelson, *Philosophy...*].

[32]Krytykę subiektywizmu w probabilistyce podejmuje H.E. Kyburg [Kyburg].

[33]Patrz [Chuaqui; Wójcicki]. Formalizm Chuaqui jest bardzo skomplikowany i wymaga rezygnacji ze standardowego rachunku prawdopodobieństwa, natomiast formalizm Wójcickiego najmniej odbiega od przyjętego w teorii prawdopodobieństwa.

[34]Ze względu na to, iż bayesowska teoria konfirmacji to teoria związków pomiędzy zdaniami (sądami logicznymi) niezbędne jest zmodyfikowanie przyjmowanego w standardowej aksjomatyce prawdopodobieństwa podejścia teoriomnogościowego. Jednak w przypadku przyjęcia formalizmu teoriomnogościowego można potraktować zdania jako zbiory światów możliwych, w których są one prawdziwe.

- *Priory*. Bayesowska teoria konfirmacji w procesie potwierdzania hipotez, teorii jest wrażliwa na wybór priorów. Ujmując to formalnie liczbowy stopień konfirmacji hipotez, teorii zależy od tego, jakie prawdopodobieństwo pierwotne dla danej hipotezy, teorii zostanie przez nasz przyjęte.

- *Porównywanie hipotez wyjaśniających te same dane*. Bayesianizm nie daje wystarczających podstaw do porównania hipotez wyjaśniających te same zjawiska, przynajmniej do momentu, gdy nie pojawi się dana empiryczna sprzeczna z daną hipotezą, tzn. $P(E_i|H) = 0$. Dokładniej:

$$P(H|E) = \frac{P(H)\cdot P(E|H)}{P(E)} \quad \text{i} \quad P(H_1|E) = \frac{P(H_1)\cdot P(E|H_1)}{P(E)}. \tag{20}$$

  Dopóki hipotezy H i H_1 wyjaśniają świadectwa E, czyli $P(E|H) = 1$ i $P(E|H_1) = 1$, to ustalenie, która hipoteza jest potwierdzona w większym stopniu na mocy E (która z wartości: $P(H|E)$, czy $P(H_1|E)$ jest większa) zależy od arbitralnego wyboru rozkładów pierwotnych H i H_1.

- *Istotność świadectw empirycznych*. W bayesowskiej teorii konfirmacji należy posługiwać się wiedzą na temat poziomu istotności danych dla rozpatrywanej hipotezy. Inaczej mówiąc, dane powinny być adekwatne do hipotezy, którą chcemy potwierdzić na ich podstawie. Dla przykładu niech H będzie zdaniem: „po dwukrotnym rzucie kostką wypadły dwie dwójki". Aby konfirmacja tej tezy była wiarygodna należy odwołać się do świadectw pozostających w istotnej relacji do hipotezy H. Mianowicie zdanie konfirmujące może mieć postać: „dwukrotnie rzuciliśmy kostką". Jeśli raport obserwacyjny nie jest adekwatny do zdania konfirmowanego, to bayesowska teoria konfirmacji może prowadzić do potwierdzenia hipotez, często zupełnie absurdalnych. Rozważmy przykład [Sober, s. 4]: dane stwierdzające, iż narysowałem 6 łopat na talii kart mogą potwierdzać hipotezę: „zły demon ma skłonność do rysowania 6 łopat na talii kart".

- *Regres w nieskończoność.* Trudność ta związana jest bezpośrednio z problemem istotności świadectw. Mianowicie: przydatność danych empirycznych E do oceny liczbowego stopnia konfirmacji hipotezy H ($P(H|E)$) zależy od pewnej wcześniejszej wiedzy E_1. Następnie użyteczność danych E_1 jest uzależniona od świadectw E_2 itd. W ten sposób otrzymujemy regres w nieskończoność[35] wywołany przez istotność danych empirycznych dla oceny prawdziwości hipotez.

3.3. BAYESOWSKA TEORIA KONFIRMACJI A ZAŁOŻENIA FILOZOFICZNE

W teorii konfirmacji — logice indukcji (której jedną z typów jest bayesowska teoria konfirmacji) istnieją problemy, których nie można rozwiązać na gruncie rachunku prawdopodobieństwa, oraz nie zależą one od przyjętej interpretacji miary probabilistycznej. Zagadnienia takie dotyczą aplikacji teorii konfirmacji m.in. do badań filozoficznych i nazywamy je *metodologicznymi*[36]. Znacząca grupa problemów metodologicznych związanych z zastosowaniem logiki indukcji do badań filozoficznych[37] dotyczy konstruowania przestrzeni probabilistycznej. Przykładem takiej trudności metodologicznej jest **nowy paradoks (problem) indukcji (*grue paradox* — paradoks „zielbieskości”)** N. Goodmana (przedstawiciel filozofii analitycznej) w wersji metodologicznej. Nowy paradoks indukcji w tym ujęciu może przyjąć postać[38] [Kawalec]: Dla dowolnej teorii konfirmacji T istnieją dwie

[35]Regres w nieskończoność jest problemem typowym dla logik indukcji (teorii konfirmacji) odwołujących się w konfirmacji do prawdopodobieństwa.

[36]Nazwa ta pochodzi od Carnapa. Należy odróżnić problemy metodologiczne od technicznych problemów formalizmów leżących u podstaw teorii konfirmacji i wywołanych przez wybór danej interpretacji prawdopodobieństwa. Pomimo tego, zagadnienia metodologiczne mają swój udział w rozważaniach nad podstawami teorii prawdopodobieństwa.

[37]Wskazują na to m.in. paradoks sylogizmu statystycznego (paradoks indukcji) oraz indukcja eliminacyjna.

[38]Tradycyjna filozoficzna metoda unikania tego problemu polega na przyjęciu prawdziwości założeń filozoficznych mających charakter globalny — dotyczących

(wzajemnie przekładalne) interpretacje I_1 i I_2: takie, że dla zdania $\tau(\alpha) = x \in T$ w I_1 oraz I_2 stopnie konfirmacji tego zdania są paradoksalnie rozbieżne (w szczególności $\tau(I_1(\alpha)) = x \wedge \tau(I_2(\neg\alpha)) = x$). Gdzie τ — funkcja konfirmacji (prawdopodobieństwo konfirmacji danego zdania na podstawie zdania opisującego świadectwa empiryczne), α — zdanie języka teorii T, $x \in [0, 1]$. Inaczej mówiąc, aplikacje filozoficzne teorii konfirmacji, bez uzasadnionego filozoficznie ograniczenia logicznie możliwych sposobów konstrukcji przestrzeni probabilistycznych, prowadzą do paradoksalnych konkluzji (wniosków) — wymaga się zatem, aby liczba założeń filozoficznych była minimalna, tzn. założenia te powinny być zgodne z możliwie dużą liczbą stanowisk filozoficznych. Przypomnijmy, że Goodman [Goodman][39] formułuje swój paradoks w następujący sposób: Analizuje on zdanie *wszystkie szmaragdy są zielone*. W tym celu rozważa predykat *„grue”*, który definiuje w sposób: obiekt jest *grue* wtedy i tylko wtedy, gdy do chwili t jest zielony (obserwacje dokonane do chwili t wskazują, iż jest zielony), a potem jest niebieski (blue). Przy takiej definicji nie mamy podstaw do stwierdzenia, które ze zdań: (a) „wszystkie szmaragdy są zielone”, czy (b) „wszystkie szmaragdy są *ziebieskie*” jest potwierdzone. Interpretacja tego paradoksu nie jest jednoznaczna — rozważa się go w wielu aspektach[40], nie tylko metodologicznym, czy wyjściowym podanym przez Goodmana w [Goodman]. Sformułowanie paradoksu

wielu grup przedmiotów, niezależnie od sposobu podziału tych przedmiotów pomiędzy różne dyscypliny naukowe.

[39]Problem ten stanowi ciekawą krytykę czysto syntaktycznej definicji konfirmacji. Goodman rozwiązuje go w następujący sposób: rozróżnia predykaty na rzutowalne (projekcyjne) i nierzutowalne (nieprojekcyjne). Predykat jest rzutowalny, gdy nadaje się do rzutowania przypadków zaobserwowanych na niezaobserwowane — można go stosować do formułowania uogólnień indukcyjnych. Zatem na przykład predykat zielony jest rzutowalny, gdyż zieloność zaobserwowanych szmaragdów może być rzutowana na szmaragdy niezaobserwowane, natomiast predykat „zielbieski” nie jest projekcyjny. Goodman za predykaty rzutowalne uznaje predykaty zakorzenione w praktyce indukcyjnej. Warto zaznaczyć, że w nauce występują przypadki eliminacji takich predykatów np. znajdować się w absolutnym spoczynku i wprowadzania niezakorzenionych np. kolory i zapachy kwarków.

[40]Na przykład Carnap definiuje w swojej logice indukcji predykaty projektowalne, tzn. gwarantujące ciągłość pomiędzy przeszłością a teraźniejszością — rozwiązanie

Goodmana w wersji kosmologicznej jest zadaniem trudnym nawet z filozoficznego punktu widzenia i, naszym zdaniem, należy nałożyć tu następujące ograniczenia:

1. Paradoks dla kosmologii może dotyczyć tylko hipotezy typu: model LCDM jest realizowany przez Wszechświat (naturalnie przy uwzględnieniu odpowiednich założeń i przybliżeń).

2. Należy bardzo silnie rozdzielić dwa rodzaje temporalności: temporalność teorii i temporalność świata. Rozważmy teraz temporalność teorii: pojawia się element coraz doskonalszych ewidencji. Jeśli świadectwa, coraz bardziej dokładne i wyrafinowane, faworyzują LCDM to CDM znika (nie ma modelu CDM). Nie ma paradoksu Goodmana. Paradoks Goodmana polega na tym i pojawia się wtedy, gdy te same świadectwa empiryczne tak samo w tym samym czasie potwierdzają tak LCDM, jak i CDM.

3. Jeśli rozważymy teraz temporalność Wszechświata (tzn. fakt następowania kolejnych faz w jego ewolucji), możemy sformułować hipotezę postaci: „obecny Wszechświat realizuje w przybliżeniu model LCDM". Teraz załóżmy, że będzie on (Wszechświat) ewoluował w takim kierunku, że za 100 lat będzie realizował pewien model XLCDM; tak skonstruowany, że dla naszej epoki redukuje się do LCDM[41]. Wtedy paradoks Goodmana zachodzi i polega na tym, że w naszej epoce nie wiemy, który model jest realizowany LCDM czy XLCDM, bo oba są w tym momencie tak tamo potwierdzane przez ewidencje.

4. Szczególnie ciekawe w tym kontekście jest to, że klasyczne sformułowania paradoksu Goodmana dotyczą modeli, które nie są układami dynamicznymi, zatem nie można w ramach modelu

w aspekcie semantycznym. Natomiast Goodman rozwiązuje go w aspekcie pragmatycznym — odwołanie się do pewnych substancjalnych twierdzeń filozoficznych.

[41]Niech astrofizycy wybaczą nam w tym momencie ten czysto intuicyjny tok myślenia.

badać ewolucji układu, który modelujemy (z badania konsekwencji zdania wszystkie szmaragdy są zielone w chwili *t* nie można powiedzieć nic na temat ich kolorystycznej przyszłości). Tu pojawia się wyjątkowość kosmologii, bo standardowy model kosmologiczny przewiduje przecież ewolucję, zatem pewną temporalność obiektu, który modeluje — Wszechświata. Problem zacznie się wtedy, gdy ewidencje pokażą, że Wszechświat *wychodzi poza dany model*. Niemniej jednak jesteśmy zdania, że paradoks Goodmana mógłby się pojawić tylko sytuacji, gdybyśmy sformułowali, nie dowolny zestaw modeli, ale powiedzmy rodzinę modeli LCDM (XLCDM, YLCDM, ZLCDM itd), takich, że w chwili obecnej wszystkie „przechodziłyby w" LCDM. Zatem obecne obserwacje potwierdzałyby wszystkie w równym stopniu i stąd paradoks konfirmacji.

Paradoks Goodmana jest poważnym ograniczeniem[42] dla teorii konfirmacji. Mianowicie narzuca on na tą teorię wymóg korzystania z założeń filozoficznych (wyrażonych w sposób jawny lub nie) — teoria konfirmacji nie może być neutralna filozoficznie[43]. Inaczej mówiąc, założenia filozoficzne stanowią warunek konieczny stosowania logiki indukcji jako modelu wnioskowań indukcyjnych[44] — teorii odwołującej się do danych empirycznych. Mając na uwadze nowy paradoks

[42]Do czynników ograniczających bayesianizm jako model wnioskowań indukcyjnych należą m.in. (1) odwołanie się do pewnej wersji realizmu naukowego np. strukturalny, (2) rezygnacja z ogólności i pewnych dziedzin aplikacji.

[43]Jeśli teoria konfirmacji nie zawiera żadnych założeń filozoficznych, to może prowadzić do absurdalnych konkluzji, np. takiego samego stopnia konfirmacji zdań sprzecznych.

[44]Do stanowisk filozoficznych mogących wzmocnić bayesowski model wnioskowania indukcyjnego (mogących dostarczyć założeń niezbędnych do rozwiązania nowego paradoksu indukcji w wersji metodologicznej) można zaliczyć koniecznościową teorię przygodnych praw przyrody (D. Armstrong), nieeliminatywistyczną teorię rodzajów naturalnych (R. Boyd, H. Kornblith) oraz podejście antynaturalistyczne (w szczególności Van Fraassen). W ramach pierwszych dwóch realistycznych podejść wskazuje się na substancjalne racje wykluczania predykatów typu „ziebieski" lub przypisywania im miar probabilistycznych hipotez pierwotnych równych zero. Natomiast ostatnie z nich opiera się na tezie, że funkcje przypisywane przez realistów rodzajom

indukcji Goodmana (w szczególności w wersji metodologicznej) do bayesianizmu, należy włączyć założenia filozoficzne, jeśli ma funkcjonować on jako model wnioskowań indukcyjnych. Bayesowska teoria konfirmacji dopuszcza różne sposoby reprezentowania założeń filozoficznych. Do najważniejszych należą [Kawalec]:

- *Konstrukcja przestrzeni probabilistycznej*. Można dokonać tego na wiele sposobów[45]. Najprostszy z nich to włączenie założeń filozoficznych do zbioru konfirmowanych hipotez[46]. Z tym stanowiskiem wiąże się wiele trudności, chociażby taka, że hipotez filozoficznych (realistycznych lub antyrealistycznych) nie można empirycznie potwierdzić.

- *Przypisywanie miar probabilistycznych (prawdopodobieństw) hipotezom pierwotnym*. Kwestia ta[47] stanowi główną różnicę pomiędzy bayesianistami. Można wyróżnić dwa podejścia: obiektywne — logiczne[48] (m.in. H. Jeffreys — twórca tego podejścia, E.T. Jaynes) i subiektywne — personalne (m.in. B. de Finetti — twórca tego podejścia). Bayesianiści obiektywni popierają wprowadzanie kryteriów przy wyborze prawdopodobieństw hipotez pierwotnych. Rozważmy przykłady: (1) gdy mamy dane empiryczne opisujące częstość zjawiska, którego dotyczy rozpatrywana hipoteza, to za miarę probabilistyczną tej hipotezy należy przyjąć częstość tego zjawiska, (2) wszystkie hipotezy powinny być jednakowo prawdopodobne (Laplace'a zasada niezróżnicowania (niedostateczności), postulat Bayesa, Keynes'a zasada nie-

naturalnym lub prawom przyrody pełnią symetrie rozumiane jako własności modelu reprezentującego rzeczywistość.

[45]Innym oprócz dyskutowanego tutaj jest teoria R. Chuaqui, wymagająca jednak rezygnacji ze standardowego podejścia probabilistycznego.

[46]Do tego sposobu odwołuje się J. Dorling, który poddaje analizie hipotezę — atomy istnieją. W tym celu stosuje zasadę warunkowania, aby prześledzić zmiany stanowiska dotyczącego tej hipotezy w ciągu ostatnich dwustu lat w nauce.

[47]Analiza nowego problemu indukcji Goodmana przy użyciu rozkładów *a priori* hipotez do reprezentowania założeń filozoficznych została podjęta przez E. Sobera.

[48]Logiczne z tego względu, że kładzie się nacisk na logiczny i dedukcyjny charakter związku pomiędzy werbalną wiedzą a analityczną formułą.

istotności), (3) miara probabilistyczna hipotez powinna być funkcją zawartych w hipotezach informacji (kryterium E. T. Jaynesa maksymalizacji entropii). Subiektywni bayesianiści natomiast są przeciwnikami wprowadzania takich kryteriów — wybór prawdopodobieństwa hipotezy pierwotnej jest arbitralny, a jedyne ograniczenie to spełnianie przez tą miarę probabilistyczną aksjomatów (*i*)-(*iii*)[49].

- *Przypisywanie miar probabilistycznych (prawdopodobieństw) hipotezom wtórnym.* Stanowisko to (J. Hintikka, J. Pietarinen)[50] wyprowadza nas poza bayesianizm standardowy. Jako dwie trudności takiego reprezentowania założeń filozoficznych można podać: (1) uwzględnienie nie-bayesowskich zasad aktualizowania miar probabilistycznych hipotez, (2) problem natury epistemologicznej[51] przypominający błędne koło w teorii rozumowań.

- *Wprowadzanie dodatkowych warunków oprócz czterech podstawowych elementów bayesianizmu.* Jest to zabieg typowy dla Carnapa. Mianowicie konstrukcja logiki indukcji bazuje na: (1) aksjomatach prawdopodobieństwa (*i*)-(*iii*)[52], lub czterech minimalnych elementach bayesianizmu (aksjomaty (*i*)-(*iii*) i zasada warunkowania), (2) pewnych dodatkowych warunkach[53], które zakładają prawdziwość określonych tez filozoficznych.

- *Zasada uaktualniania prawdopodobieństwa hipotez.* Taki sposób reprezentowania założeń filozoficznych łączy się przypisywaniem prawdopodobieństw hipotezom wtórnym. Mianowicie

[49]Patrz s. 73.

[50]Określa się je jako presupozycyjny pogląd na indukcję.

[51]C. Howson określa go jako kreatywny „bootstraping".

[52]Patrz s. 73.

[53]Jednym z takich dodatkowych warunków jest m.in. to, że liczba predykatów pierwotnych jest skończona, a pomimo tego teoria konfirmacji w pełni charakteryzuje opisywane przedmioty — zakłada się tym samym prawdziwość tezy ontologicznej dotyczącej istnienia skończonej liczby własności przedmiotów logicznie niezależnych.

przeważnie[54] nie-bayesowska reguła uaktualniania miar probabilistycznych jest pewną wersją (odpowiednikiem) twierdzenia Bayesa, wzbogaconą o dodatkowe parametry[55].

W ramach podanych wyżej założeń filozoficznych można pokusić się o sformułowanie następujących założeń:

(1) *Zasada nieistotności*. Przypomnijmy co ona mówi: jeżeli nie ma żadnych racjonalnych przesłanek, aby preferować jedną hipotezę nad drugą, to należy przyjąć, że są one jednakowo prawdopodobne. Na gruncie kosmologii współczesnej zasadę tą wyraża się poprzez często przyjmowane założenie, że modele kosmologiczne (hipotezy) mają takie samo prawdopodobieństwo. Zatem w wersji kosmologicznej zasadę nieistotności można wypowiedzieć w następujący sposób: jeśli nic nie wiemy *a priori* o modelach, prawdopodobieństwa tych modeli powinniśmy przyjąć równe.

(2) *Racjonalizm*. Mówiąc ściślej chodzi o dwie zasady racjonalności [Marlow, 0603015][56], które spełnia ta filozofia: zasadę racji dostatecznej (*principle of sufficient reason*) i zasada utożsamienia tego co nierozróżnialne (*principle of identifying the indiscernible*). Pierwsza z nich mówi, iż muszą istnieć racjonalne przesłanki, żeby odwołać się do własności (cech) teorii, hipotez. Natomiast druga stwierdza, że jeśli nie ma racjonalnych przesłanek, na podstawie których możemy odróżnić własności teorii, hipotez, powinniśmy te własności utożsamić. W kosmologii współczesnej zasady te mogą przyjąć postać:

- *Principle of sufficient reason* — istnieją dane empiryczne, dzięki którym potrafimy podać własności modeli. Inaczej mówiąc świadectwa empiryczne wskazują na własności modeli. Na przykład, w świetle wyników obserwacji wyznacza się estymatory parametrów modeli, czyli funkcje podające wartości tych para-

[54]Może wystąpić sytuacja, w której teoria konfirmacji zawiera typowo nie-bayesowską regułę aktualizowania miar probabilistycznych, bazującą np. na zmianie zbioru hipotez rozważanych jako relewantne.

[55]Na przykład parametr λ u Carnapa lub parametr α u Hintikki.

[56]W pracy tej wykazuje się analogie pomiędzy bayesianizmem i relacjonizmem.

metrów z pewną dokładnością lub przy użyciu metod numerycznych określa się zbiór wartości tych parametrów.

- *Principle of identifying the indiscernible* — jeśli nie jesteśmy w stanie wskazać danych empirycznych, które pozwalają odróżnić własności modeli, to te własności należy utożsamić. Dla przykładu powiedzmy, że dysponujemy pewnym skończonym zbiorem danych E_i. Jeśli na podstawie analizy E_i przeprowadzonej dla pewnych modeli (np. wyznaczenia zbioru wartości parametrów tych modeli) dochodzimy do konkluzji, że nie możemy odróżnić własności tych modeli, to cechy te powinniśmy utożsamić.

(3) *Idealizacja*. Jeden ze sposobów [Shaffer] określenia funkcji idealizacji w bayesowskiej teorii konfirmacji polega na ustaleniu prawdopodobieństw jako warunków idealizacyjnych. W koncepcji tej prawdopodobieństwo jest funkcją określoną na skończonym zbiorze możliwych światów. Ponadto prawdopodobieństwa te sumują się do jedynki i prawdopodobieństwo zdania jest sumą miar probabilistycznych światów, w których to zdanie jest prawdziwe. Interpretacja kosmologiczna może być następująca. Modele kosmologiczne opisują różne sposoby pojmowania Wszechświata. Funkcja prawdopodobieństwa (prawdopodobieństwo) zależy od tych modeli. Rozważmy skończony k — elementowy zbiór modeli M_i, których prawdopodobieństwa sumują się do jedynki. Ujmując to formalnie: $M_i, i = 1, \ldots, k$ i $\sum_{i=1}^{k} P(M_i) = 1$. Miara probabilistyczna tezy, zdania prawdziwego w tych modelach Wszechświata określona jest następująco: prawdopodobieństwo zdania, powiedzmy A, to suma miar probabilistycznych modeli Wszechświata M_i, w których to zdanie jest prawdziwe. Zapisując to formalnie: $P(A) = \sum_i P(M_i)$, gdzie A — zdanie prawdziwe w modelach M_i, po których odbywa się sumowanie. Zatem można powiedzieć, że koncepcja ta stanowi kryterium idealizacji, które w terminach probabilistycznych opisuje prawdziwość zdań, tez wypowiedzianych w ramach pewnego skończonego zbioru hipotez (modeli).

4. JAKIE PRAWDOPODOBIEŃSTWO DLA WSZECHŚWIATA?

Znany filozof nauki, Earman powiada, że w poniedziałki, środy i soboty jest bayesistą. Mamy różne interpretacje pojęcia prawdopodobieństwa i rodzi się pytanie, jakie prawdopodobieństwo (w jakiej interpretacji) odnieść do realnego Wszechświata. Znany kosmolog Linder neguje z kolei wartość poznawczą wniosków wyprowadzanych z analiz bayesowskich. To wszystko sugeruje, że mamy do czynienia z dyskusją nad pojęciem prawdopodobieństwa w kontekście kosmologii oraz pytaniem, która z jego interpretacji ma zastosowanie do Wszechświata. Jest również znamienne, że w dyskusji na temat, jakie prawdopodobieństwo jest adekwatne w kosmologii, niektórzy wybitni kosmolodzy, jak Peacock, tytułują swoje wystapienia konferencyjne *Why I am not a Bayesian... sometimes*[57].

Chociaż to odbiega od głównego naszego nurtu myślowego niniejszego artykułu, jakim jest rekonstrukcja sposobu zdobywania wiedzy w kosmologii polegająca na wzmacnianiu hipotez w oparciu o wcześniej uzyskaną wiedzę, którą dobrze rekonstruuje bayesianizm, relabilizm i konstruktywizm logiczny, podajmy pewne argumenty za bayesowskim podejściem i jego zastosowaniem do współczesnej kosmologii. Argumenty te przytoczymy za Trottą, ponieważ je całkowicie podzielamy.

Bayesowskie metody analizy są szeroko rozpowszechnione zarówno w astrofizyce i kosmologii, jak również w wielu innych dziedzinach, np. w informatyce czy biologii. Do mających niewątpliwy wpływ na rozpowszechnianie tych metod zalet należy możliwość łatwego włączania do analiz danych pochodzących z nowych obserwacji, a nawet określenie prawdopodobieństwa, w jakim stopniu nowe obserwacje mogą zwiększyć wiarygodność danego modelu. Metody bayesowskie stają się szczególnie użyteczne, gdy wiedza badawcza na temat analizowanego wydarzenia nie jest kompletna i nie jest możliwe ostateczne przesądzenie o jej prawdziwości.

---

[57]Wystąpienie na konferencji naukowej *Bayesian Methods in Cosmology*, University of Sussex, 5–6 czerwca 2006.

Porównując metody bayesowskie z klasycznymi metodami statystycznymi można wykazać przewagę tych pierwszych w kilku istotnych punktach:

1. Klasyczne metody statystyczne bazują zwykle na asymptotycznych własnościach estymatorów. Chociaż tylko najprostsze przypadki podlegają takiemu analitycznemu podejściu (w fizyce mamy do czynienia zazwyczaj z rozkładem normalnym lub Poissona), to metody bazujące na tych rozkładach są powszechnie stosowane — nie tyle z powodu ich dokładności, ile raczej z powodu braku doskonalszych metod analizy.

2. Wnioskowanie bayesowskie wiąże się z tzw. zbędnymi parametrami (ang. *nuisance parameters*). Są to parametry, które chociaż nie pozostają bez wpływu na dane, nie leżą w obszarze zainteresowań badacza. Przykładem często spotykanym w astrofizyce jest estymacja sygnału w obecności szumu tła. Pomiary źródła muszą brać pod uwagę obecność trudnego do oszacowania poziomu tła, opisanego jako zbędny parametr. Procedura bayesowska pozwala wyeliminować ten parametr przez tzw. marginalizację. Klasyczne metody statystyczne nie oferują analogicznych, prostych metod uwzględniających takie parametry, zaś ich nieuwzględnienie powoduje poważne błędy.

3. W wielu sytuacjach wstępne założenia, określone jako prawdopodobieństwo *a priori*, mają duże znaczenie i nieuwzględnienie któregoś z nich powoduje błędne wnioskowanie. Najprostszy przypadek stanowią parametry mające sens fizyczny, takie jak: masa, moc albo natężenie promieniowania — jest oczywiste, że uzyskane wartości muszą być dodatnie. Klasyczne metody (np. najlepsze dopasowanie) mogą dać niekiedy wartości ujemne, które nie mają sensu fizycznego. Zdarza się tak na przykład w przypadku małej liczby pomiarów lub słabego stosunku sygnału do szumu. Użycie metod opartych na twierdzeniu Bayesa zapewnia, że odpowiednie założenia wstępne zostaną uwzględnione i nie mające sensu fizycznego rezultaty nie pojawią się.

4. Wnioskowanie powinno być uwarunkowane jedynie tym, co się wydarzyło, nie zaś prawdopodobieństwem tego, co mogło się wydarzyć. Tymczasem, podczas gdy statystyki bayesowskie odnoszą się do danych uzyskanych z rzeczywistych obserwacji, klasyczne metody statystyczne skupiają się na analizie możliwych rozkładów związanych z hipotetycznymi danymi.

5. ZAKOŃCZENIE

Celem naszej pracy było zwrócenie uwagi na dwa główne zagadnienia:

Kosmologia współczesna, o której mówi się, że przeżywa swój złoty wiek, staje się w swej strukturze podobna do teorii cząstek elementarnych. Konstytuuje się obecnie pojęcie fizycznej teorii Wszechświata w postaci Standardowego Modelu Kosmologicznego. Z metodologicznego punktu widzenia zarówno standardowy model Wszechświata, jak i standardowy model cząstek elementarnych są teoriami efektywnymi, które posiadają swoje dobrze określone obcięcia energetyczne (zakresy stosowalności) oraz parametry, które należy wyznaczyć obserwacyjnie. Obie te teorie efektywne zbliżają się do siebie, a na ich styku pojawiają się fundamentalne problemy do rozwiązania. Klasycznym tego przykładem jest problem stałej kosmologicznej jako modelu hipotetycznej ciemnej energii wymuszającej obecną fazę przyspieszonej ekspansji Wszechświata. Jeśli zinterpretujemy ciemną energię jako energię próżni, napotykamy na najbardziej niewiarygodną niezgodność stałej kosmologicznej interpretowanej jako energia próżni kwantowej oraz stałej koniecznej do wyjaśnienia zagadki akcelerującego Wszechświata. Stała kosmologiczna jest przykładem parametru efektywnego, który opisuje obecną fazę przyspieszonej ekspansji Wszechświata, ale nie odpowiada na fundamentalne pytanie, jaka jest natura stałej kosmologicznej. Analogii do tej sytuacji możemy się dopatrzeć w Modelu Standardowym. Przypuszczalnie najbliższe sukcesy kosmologii będą się właśnie wiązać z rozstrzygnięciami na pograniczu tych teorii w momencie, gdy kosmologia stanie się w pełni niejako kompatybilna z fizyka cząstek elementarnych.

Obecnie głównym celem kosmologii staje się wyznaczanie parametrów kosmologicznych w oparciu o dane z obserwacji naziemnych i satelitarnych, a także ograniczeń z obserwacji astrofizycznych, które mogą posłużyć do testowania tzw. nowej fizyki poza uznanym paradygmatem. Kosmologia staje się fizyką Wszechświata, do którego aplikowana jest zarówno dobrze ugruntowana fizyka, jak i nowe hipotezy badawcze. Ilość i jakość danych obserwacyjnych rośnie, a pewne parametry stają się dobrze określone. W tym procesie poznawczym wyznaczania parametrów istotną rolę odgrywają techniki bayesowskie. Pozwalają one nie tylko na estymacje wartości parametrów, ale także na selekcję modeli, które te parametry zawierają. Pozwalają one wybrać najlepszy model z punktu widzenia danych obserwacyjnych. W pracy argumentowaliśmy, że kosmologia obserwacyjna, która stanowi obecnie rdzeń kosmologii współczesnej, daje się zrekonstruować przy pomocy metodologii bayesowskiej. Wówczas odkrywamy u jej podstaw istotne założenia o charakterze filozoficznym. Problem obecności założeń filozoficznych w ramach rozumowań przeprowadzanych na gruncie fizyki jest kwestią kontrowersyjną [Wolenski] i domaga się z pewnością osobnej, bardziej pogłębionej analizy metodologicznej. Niemniej jednak już na przykładzie rekonstrukcji kosmologii współczesnej widać, że schemat poznawczy teorii efektywnej, na tórym opiera się współczesna fizyka, *explicite* demonstruje jawną jej zależność od założeń właśnie o charakterze filozoficznym. Jeśli takich założeń nie zrobimy, trudno nam będzie zrozumieć *landscape* współczesnej kosmologii.

SPIS LITERATURY

Bovens L. and Hartmann S., 2004, *Bayesian Epistemology* (New York: Oxford University Press Inc.).

Carnap R., 1950, *Logical Foundations of Probability* (Chicago: Chicago University Press).

Charap J., 2006, *Objaśnianie wszechświata. Fizyka w XXI w.* (Warszawa: Prószyński i S-ka).

Chuaqui R., 1991, *Truth, Possibility and Probability* (Amsterdam: North-Holland).

Cox R.T., 1961, *The Algebra of Probable Inference* (The Johns Hopkins University Press)

D'Agostini G., 1999, CERN Yellow Report 99 03.

De Finetti B., 1974, *Theory of Probability* (London: John Wiley and Sons Ltd.).

Durrer R. and Maartens R., 2008, *Gen. Rel. Grav.* 40 301–328 (Preprint 0711.0077).

Earman J., 1992, *Bayes or Bust? A Critical Examination of Bayesian Confirmation Theory* (Cambridge, Mass.: MIT Press).

Fitelson B., 2001, *Philosophy of Science* 68 3 S123-S140.

Fitelson B., 2001, *Studies in Bayesian Confirmation Theory* (Madison WI: University of Wisconsin).

Goodman N., 1955, *Fact, Fiction and Forecast* (Harvard: University Press).

Goodstein R.L., 2007, *Boolean Algebra* (Dover Publications).

Grobler A., 2006, *Metodologia nauk* (Kraków: Aureus, ZNAK).

Horwich P., 1982, *Probability and Evidence* (Cambridge: Cambridge University Press).

Howson C. and Urbach P., 1989, *Scientific Reasoning: the Bayesian Approach* (La Salle, IL: Open Court).

Jaynes E.T., 2003, *Probability Theory: The Logic of Science* (Cambridge: Cambridge University Press).

Jeffrey R.C., 1983, *The Logic of Decision* (2nd ed., Chicago: University of Chicago Press).

Jeffreys H., 1961, *Theory of Probability* (3rd ed., Oxford: Oxford University Press).

Kawalec P., 2003, *Roczniki Filozoficzne* 51 1 113–142.

Keynes J.M., 1921, *A Treatise on Probability* (London: Macmillan).

Kyburg H.E., 1983, *Epistemology and Inference* (Minneapolis: University of Minnesota Press).

Lobo F.S.N., 2008, (Preprint 0807.1640).

Marlow T., 2006, *Int. J. Theo. Phys.* (Preprint gr-qc/0603011).

Marlow T., 2006, (Preprint arXiv:0603015 [gr-qc]).

Movahed M.S., Farhang M. and Rahvar S., 2007, (Preprint astro-ph/0701339).

Nowak R., 2002, *Statystyka dla fizyków* (Warszawa: Wydawnictwo Naukowe PWN).

Popper K.R., 2002, *Logika odkrycia naukowego* (Warszawa: PWN).

Reichenbach H., 1949, *The Theory of Probability* (Berkeley CA: University of California Press).

Rosenkrantz R.D., 1977, *Inference, Method and Decision: Towards a Bayesian Philosophy of Science* (Dordrecht: D. Reidel).

Shaffer M.J., 2001, *Philosophy of Science* 68 1 36–52.

Sober E., 2002, *Proceedings of the British Academy* 113 21–38.

Strevens M., 2006, *The Bayesian Approach to the Philosophy of Science* (2nd ed., Macmillan Encyclopedia of Philosophy).

Williams P.M., 1980, *The British Journal for the Philosophy of Science* 31 2 131–144.

Woleński J., 1991, *Z zagadnień filozofii nauk przyrodniczych* (ed. Butrym S., Warszawa: Polska Akademia Nauk Instytut Filozofii i Socjologii), ss. 7–16.

Wójcicki R., 1979, *Topics in the Formal Methodology of Empirical Sciences* (Dordrecht: Reidel).

SUMMARY

INTRODUCTION TO THE BAYESIAN METHODOLOGY OF CONTEMPORARY COSMOLOGY

The Bayesian framework is used in reconstruction of modern cosmology which actually concentrates on estimation of model parameters. We demonstrate that observational cosmology should be treated as an effective theory of the Universe. It realizes dream of science proposed by logical empirism in some sense, i.e. science should be founded on empirical data from the very beginning, and it formulates and amplifies the hypothesis through new empirical data. We have also shown some limitations of the Bayesian approach as well as its advantages when this approach is applied to cosmology.